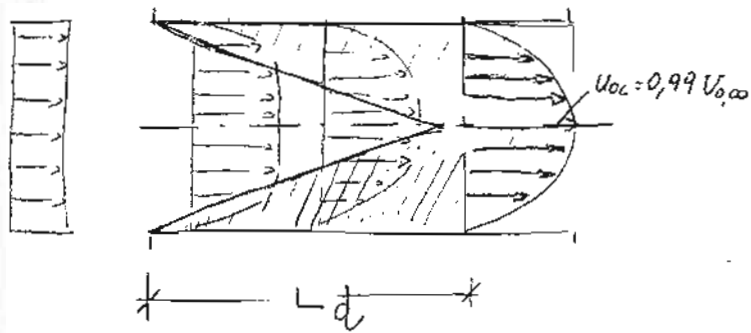


# FLUSSO INTERNO AI CORPI

## MOTO DEL FLUIDO ENTRO CONDOTTI



Quando un fluido imbocca un condotto si forma una regione di INGRESSO DINAMICO e in seguito di moto completamente sviluppato. Lo strato limite si forma per effetto dell'ipotesi di aderenza e di viscosità.

Si definisce LUNGHEZZA DI INGRESSO DINAMICO  $L_d$  la distanza nella quale la velocità del fluido sull'asse assume un valore pari al 99% della corrispondente velocità a distanza infinita.

Se il moto è LAMINARE questa lunghezza vale

$$\frac{L_d}{D} \approx 0,05 Re_D$$

La  $Re_{D, \max} = 2000$  in zona laminare  $\frac{L_d}{D} = 100$  al massimo.

Se il moto è TURBOLENTO questa vale

$$\frac{L_d}{D} = 10$$

In genere noi inizieremo sempre di essere in regime completamente sviluppato.

Per calcolare il fattore d'attrito  $f = 4C_f$  si utilizza il diagramma di Moody e per moto laminare vale

$$f = \frac{64}{Re} \quad \text{LAMINARE}$$

Per moto turbolento

$$\text{FAZIONE D'ATTRITO} \quad Re_D < 2 \cdot 10^4 \rightarrow f = 0,316 Re_D^{-1/4}$$

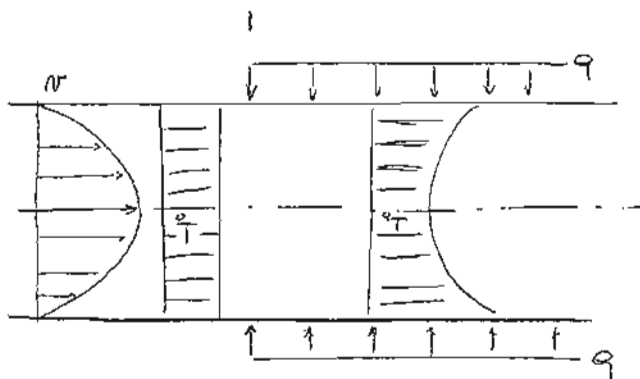
PER IL TUBO

$$Re_D > 2 \cdot 10^4 \rightarrow f = 0,184 Re_D^{-1/5}$$

TURBOLENTO

LISCIO

Analogamente all'ingresso dinamico si verifica un ingresso termico.



Anche in questo caso l'ingresso termico avrà una lunghezza che dipende dal tipo di moto

$$\frac{L_T}{D} = 0,05 Re_D \cdot Pr \quad \text{MOTO LAMINARE}$$

Se  $Pr = \frac{\nu}{\alpha} = 1$  ingresso termico e dinamico sono uguali.

$$\frac{L_T}{D} \approx 10 \quad \text{MOTO TURBOLENTO}$$

In genere si definisce convenzionalmente la TEMPERATURA MEDIA quel valore di temperatura del fluido che se fosse costante su tutta la sezione darebbe lo stesso flusso convettivo di energia.

Un componente della velocità normale alla sezione

$$\int_A \rho c_p u_n T dA = \rho c_p W T_m A$$

$$T_m = \frac{1}{WA} \int_A T u_n dA =$$

Si dice che il flusso è termicamente sviluppato quando questa grandezza diventa indipendente da  $x$

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{t_p(x) - t(x, r)}{t_p(x) - t_m(x)} \right] = 0$$

DEF. DI SVILUPPO  
TERMICO COMPLETO

Il flusso sarà termicamente sviluppato quando la distribuzione di temperatura comincia ad assumere sempre la stessa conformazione. Calcoliamo la variazione lungo r:

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{t_p(x) - t(x,r)}{t_p(x) - t_m(x)} \right] = - \frac{d}{dr} t(x,r) \Big|_p \frac{1}{t_p(x) - t_m(x)}$$

Il coefficiente di convezione in un tubo è definito come:

$$q = h (t_p - t_m) = -\lambda \frac{dT}{dr} \Big|_p \quad (\text{FOURIER})$$

$$- \frac{d}{dr} t(x,r) \Big|_p \frac{1}{t_p(x) - t_m(x)} \frac{dr}{dr} = \frac{q}{t_p(x) - t_m(x)} \frac{1}{dr} = \frac{h}{dr}$$

Poiché questa derivata non dipende da x nel caso di sviluppo termico completo il coefficiente di convezione h è costante nella direzione del moto e quindi anche  $Nu = \frac{hD}{\lambda}$  costante

Nei problemi più ricorrenti ci può interessare di sapere come varia  $t_m$  in funzione di x o quantità di calore scambiate.

Condizioni al contorno usate

FLUSSO TERMICO UNIFORME ALLA PARETE

$Q = q_w \pi D L$  POTENZA TERMICA SCAMBIATA

$dQ = q_w \pi D dx$

$q_w \pi D dx = \rho c_p W A dT_m$

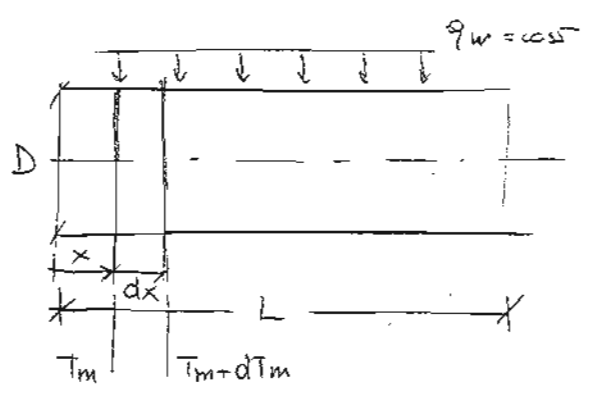
$\rho W A = \dot{m}$

$\dot{m} c_p dT_m = q_w \pi D dx$

$T_m(x) = T_m(0) + \frac{q_w \pi D}{\dot{m} c_p} x$

$T_m(x) = T_m(0) + \frac{q_w \pi D}{\dot{m} c_p} x$  ANDAMENTO DELLA TEMPERATURA MEDIA

$\dot{m} c_p$  - PORTATA TERMICA



TEMPERATURA COSTANTE ALLA PARETE

$$q_w(x) = h(x) (T_w - T_m(x))$$

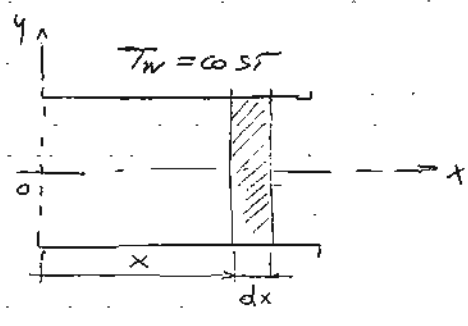
$$\dot{m} c_p dT_m = q_w(x) \pi D dx$$

$$\dot{m} c_p dT_m = h(x) [T_w - T_m(x)] \pi D dx$$

$$\ln \frac{T_w - T_m(0)}{T_w - T_m(x)} = \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} \bar{h}_x x$$

$$\ln \frac{T_m(x) - T_w}{T_m(0) - T_w} = - \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} \bar{h}_x x$$

$$\# T_m(x) - T_w = (T_m(0) - T_w) e^{-\frac{\pi D}{\dot{m} c_p} \bar{h}_x x}$$



$$\# T_m(x) = T_w + (T_m(0) - T_w) e^{-\frac{\pi D}{\dot{m} c_p} \bar{h}_x x}$$

La potenza termica scambiata è

$$dQ = \dot{m} c_p dT_m$$

$$Q = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0))$$

$$\ln \frac{T_m(L) - T_w}{T_m(0) - T_w} = - \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} \bar{h}_x L \Rightarrow \dot{m} c_p = \pi D \bar{h}_x L \ln \frac{T_w - T_m(0)}{T_w - T_m(L)}$$

$$Q = \pi D L \bar{h} \frac{(T_w - T_m(0)) - (T_w - T_m(L))}{\ln \frac{T_w - T_m(0)}{T_w - T_m(L)}} = \pi D L \bar{h} \Delta T_{mp}$$

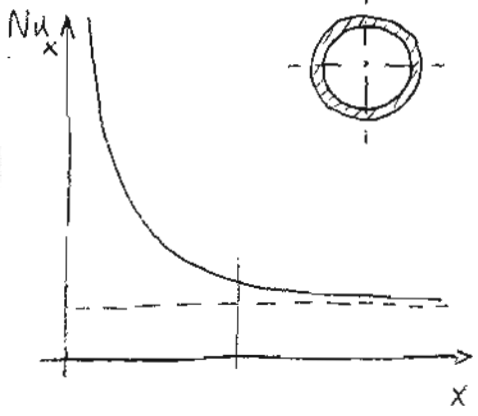
$$\# Q = \pi D L \bar{h} \Delta T_{mp} \#$$

DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI CONVERSIONE

Fino a questo punto è indifferente la forma della sezione; per il calcolo del coefficiente  $\bar{h}$  questa ha molta importanza.

Il coefficiente  $\bar{h}$  si determina sempre per mezzo del numero di Nusselt.

Nella zona di ingresso termico cioè nella zona in cui variano le condizioni al contorno il numero di Nusselt varia in questo modo



Si nota che nella zona di completo sviluppo termico Nusselt tende a diventare costante.

Un andamento di questo tipo si presenta sia nel caso di moto laminare che nel caso di moto turbolento.

MOTO LAMINARE (REGIME COMPLETAMENTE SVILUPPATO)

	$T_w = \text{cost}$	$q_w = \text{cost}$
$Nu_\infty$	3,66	4,36

Se volessimo calcolare la massima temperatura raggiunta dalla parete nel caso di  $q_w = \text{cost}$  ci serve conoscere  $\bar{h}$  come vedremo.

Bisogna conoscere comunque il valore medio del numero di Nusselt in quanto varia lungo  $x$ . Per la condizione di temperatura costante alla parete

$$\bar{Nu}_T = 3,66 + \frac{0,0668 \left(\frac{D}{L}\right) Re_D Pr}{1 + 0,04 \left[\left(\frac{D}{L}\right) Re_D Pr\right]^{2/3}}$$

PER INGRESSO TERMICO

Nel caso di contemporaneo ingresso termico e dinamico

$$\bar{Nu}_T = 1,86 \left(\frac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$$

CAMPO DI VALIDITA'

INGRESSO SIMULTANEO

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,48 < Pr < 16700 \\ 0,0044 < \frac{\mu}{\mu_p} < 9,75 \end{array} \right.$$

La viscosità  $\mu$  è valutata alla temperatura  $\bar{T}_m = \frac{T_m(0) + T_m(L)}{2}$ .  
Da questi numeri si può determinare  $\bar{h}$  e quindi  $T_m(x)$  e  $Q$ .

Si noti che  $T_m(x)$  dipende da  $\bar{h}$  per cui si procede iterativamente perché per inserire  $\mu$  alla  $\bar{T}_m$  occorrerebbe conoscere  $T_m(0)$  e  $T_m(L)$  che non sono note ma solo ipotizzabili.

MOTO TURBOLENTO (REGIME COMPLETAMENTE SVILUPPATO)

Si guarda prima nella zona di regime di moto e di temperatura completamente sviluppato.

In questo caso il regime si sviluppa più velocemente come già visto.

L'analogia di Reynolds tra equazione di Navier e dell'energia cade quando esiste un gradiente di pressione perché non esiste più analogia formale tra le due formule.

Nel caso di moto turbolento l'ANALOGIA DI REYNOLDS è valida quindi si può determinare il numero di Nusselt mediante il fattore di attrito o il coefficiente di attrito. Tutto ciò è valido nel caso di TUBI LISCI.

Per il TUBO LISCIO si è visto che

$$Re_D > 2 \cdot 10^4 \quad f = 0,184 Re_D^{-1/5}$$

Poiché l'ANALOGIA DI REYNOLDS  $J_H = \frac{C_f}{2}$

$$\frac{C_f}{2} = \frac{f}{8} = \frac{Nu_D}{Re_D Pr^{1/3}}$$

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \quad \text{RELAZIONE DI COLBURN}$$

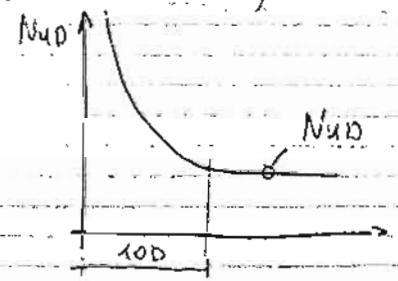
PER CONDOTTI LISCI CIRCOLARI, MOTO TURBOLENTO, TEMP COSTANTE ALLA PARETE

Si deve ipotizzare temperatura costante alla parete in quanto nell'equazione di Navier si ipotizza velocità nulla alla parete.

Le proprietà del fluido si determinano alle  $\bar{T}_m$

Se il tubo è scabro si ha un incremento nel trasporto di energia perché  $C_f$  aumenta quindi aumenta  $Nu$  e quindi anche  $\bar{t}$ . Questo fatto dà un margine di sicurezza nella progettazione termodinamica e un margine di incertezza in quella fluidodinamica.

In corrispondenza di una superficie scabra non è detto che valga ancora l'analogia di Reynolds



In genere si preferisce utilizzare un'altra relazione

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^n \quad \text{EQ. DI DITTUS-BOELTER}$$

$n = 0,4$   $T_p > T_m$  fluido che viene riscaldato

$n = 0,3$   $T_p < T_m$  fluido raffreddato

Il campo di validità è il seguente

$Re_D > 10000$

$0,7 < Pr < 16700$  (Per tutti i fluidi e per i metalli liquidi)

$L/D > 10$

Le proprietà sono valutate alla  $T_m$

Questa relazione vale solo per piccole variazioni di temperatura.

Per variazioni più grandi si utilizza questa relazione con lo stesso campo di validità della relazione precedente

$$Nu_D = 0,027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14} \quad \text{EQ. DI SIEDER-TATE}$$

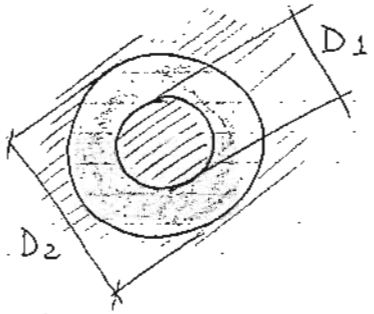
Per sezioni diverse da quella circolare si definisce DIAMETRO IDRAULICO

$$D_i = \frac{4A}{P} \quad \frac{4 \times \text{SEZIONE}}{\text{PERIMETRO BAGNATO DAL FLUIDO}}$$

Nel moto turbolento si usa  $D_i$  nelle formule

Nel moto laminare completamente sviluppato termicamente ci possono essere diversi casi con sezioni diverse

Per sezioni ANULARI come negli scambiatori tubo in tubo



$$D_i = \frac{4A}{P} = \frac{4 \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2)}{\pi (D_2 + D_1)} = D_2 - D_1$$

MOTO LAMINARE COMPLETAMENTE SVILUPPATO

(DINAMICAMENTE E TERMICAMENTE)

Nel caso di una superficie a T=cost. e l'altra adiabatica

Il numero di Nusselt assume un'espressione valida per situazioni geometricamente simili e stesse condizioni al contorno

$D_1/D_2$	$Nu_1$	$Nu_2$	$Nu_1 = Nu$ SUP. INTERNA $Nu_2 = Nu$ SUP. ESTERNA
0	—	3,66	
0,1	11,56	4,11	
0,5	5,74	4,43	
1	4,86	4,86	Questo accade quando le sezioni sono quasi

Il numero di Nusselt interessa nella superficie a T=costante perché in quella adiabatica non vi è scambio di calore

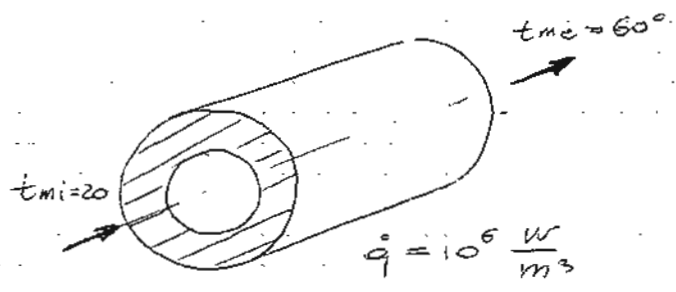
MOTO TURBOLENTO

Si può utilizzare la relazione di DITTUS-BOELTER salvo sostituire il diametro idraulico nella relazione

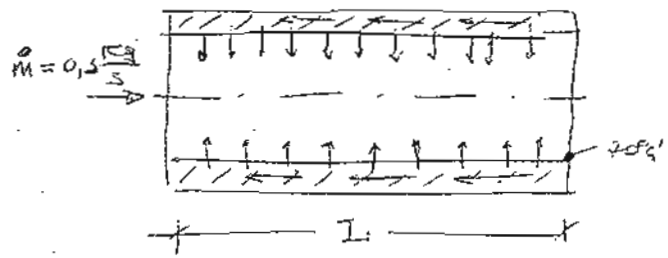


ESERCIZIO

Per riscaldare l'acqua da  $20^\circ$  a  $60^\circ$  l'acqua viene fatta passare attraverso un condotto a sezione circolare avente  $D_i = 20 \text{ mm}$   $D_e = 40 \text{ mm}$  corrente elettrica per effetto Joule da luogo ad una dissipazione di  $10^6 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$

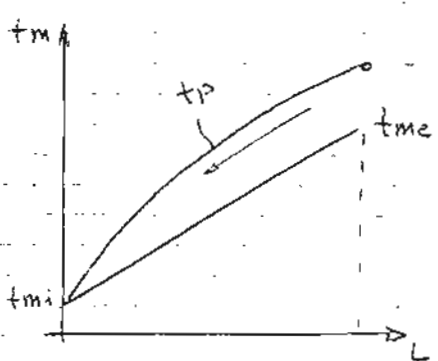


Si determini la lunghezza del condotto sapendo che la portata in massa è  $\dot{m} = 0,1 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  si determini inoltre il coefficiente di convezione all'uscita sapendo che la temperatura di parete vale  $70^\circ\text{C}$ .



Soluzione

Si può concludere il problema al caso di flusso all'interfaccia, poiché il coefficiente di convezione



è massimo all'ingresso ne consegue che la temperatura di parete ha un andamento inverso.

$$q = h (t_p - t_m) = \dot{m} c_p \Delta T$$

Si trascura anche il trasporto di calore verso l'ingresso nella parete del tubo stesso quindi il flusso verso il fluido sarà in realtà maggiore all'ingresso e minore all'uscita.

Questo effetto di ridistribuzione interessa un numero di diametri pari al numero di diametri che caratterizzano l'ingresso termico

Si può utilizzare il primo principio per sistemi aperti.  $h_e - h_i = \dot{q}$   $H_e - H_i = Q$

$$\dot{m} c_p (t_{me} - t_{mi}) = \dot{q} \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) L$$

$$c_p = 4,18 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$$

⇓

$$L = \frac{\dot{m} c_p (T_{me} - t_{mi})}{\dot{q} \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2)} = 17,7 \text{ m}$$

$$L = 17,7 \text{ m}$$

Poiché  $q = h (T_p - T_m)$

$$q = \frac{\dot{q} V}{\pi D_i L} = \frac{\dot{q} \cdot L \left( \pi \frac{D_o^2}{4} - \pi \frac{D_i^2}{4} \right)}{\pi D_i \cdot L} = 15'000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$h_e = \frac{q}{T_p - T_{me}} = \frac{q}{10} = 1500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

Poiché  $D_i = 0,02$   $L = 17,7$  m si verifica che siamo in regime termico completamente sviluppato

$$Nuc = \frac{1500 \cdot 0,02}{0,6} = 50$$

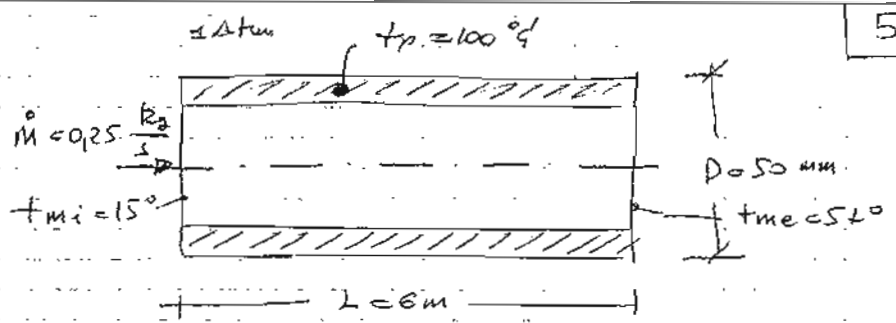
Si verifica dalla tabella pag. 99 bis. che il moto è turbolento, perché nei tubi a sezione  $\circ$  in moto laminare  $Nuc = 4,36$

### ESSEMPIO 10

La temperatura superficiale di un tubo circolare con diametri  $D_i = 50$  mm  $L = 6$  m viene mantenuta uniforme a  $100^\circ\text{C}$  mediante condensazione di vapore d'acqua sulla superficie esterna della parete. All'interno del tubo scorre acqua con portata di  $0,25$  kg/s. Le temperature di ingresso e uscita valgono  $15^\circ$  e  $57^\circ$ . Determinare il coefficiente di convezione medio.

Soluzione

\* Lo spessore della parete sia sottile per cui la resistenza termica della parete sia piccola.



$$\dot{Q} = \bar{h} A \Delta T_{mp} = \dot{m} c_p (T_{me} - T_{mi})$$

$$A = \pi D L = \pi \cdot 0,05 \cdot 6 = 0,94 \text{ m}^2$$

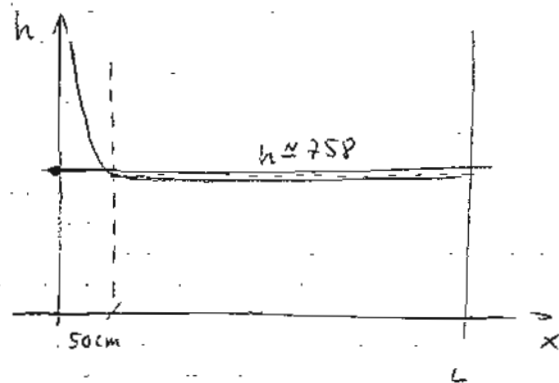
$$\Delta T_{mp} = \frac{(100 - 57) - (100 - 15)}{\ln \frac{100 - 57}{100 - 15}} = 61,6^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_{me} - T_{mi}) = 43,9 \text{ W} \quad \dot{Q} = \bar{h} A \Delta T_{mp}$$

$$\bar{h} = 758 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \quad \bar{h} = \frac{\dot{Q}}{A \Delta T_{mp}} = 758 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h} D}{\alpha} = \frac{0,05 \cdot 758}{0,6} = 70$$

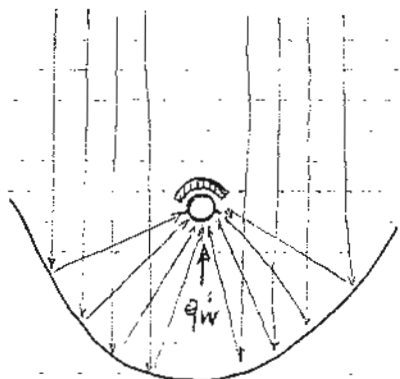
L'ingresso dinamico in moto turbolento è lungo circa  $10D = 50 \text{ cm}$  lunghezza molto piccola rispetto ai 6 m per cui il coefficiente di convezione medio si avvicina molto al valore del coefficiente locale in ogni punto



## ESERCIZIO

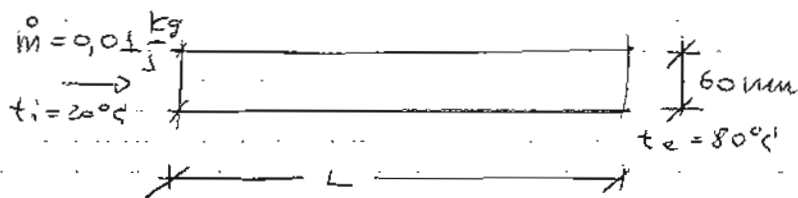
Per utilizzare l'energia solare viene usato un concentratore parabolico con un tubo che scorre lungo il suo punto focale. Il tubo ha diametro di 60 mm e riceve un flusso termico di  $q_w = 2000 \frac{W}{m^2}$ .  
 Si determini la lunghezza  $L$  per riscaldare l'acqua all'interno del tubo fino a  $80^\circ C$  nell'ipotesi che all'ingresso questa ha di  $20^\circ C$  e la portata di  $0,01 \text{ kg/s}$ . Si determini inoltre la temperatura superficiale del tubo all'uscita.

## Soluzione



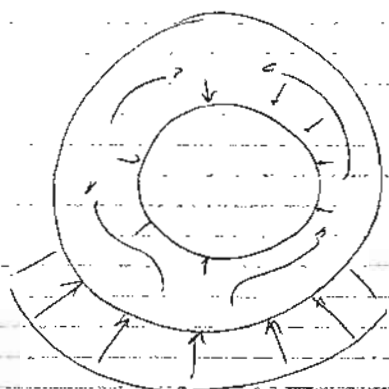
Questo tipo di collettore viene utilizzato per aumentare la temperatura del fluido.

La temperatura massima teorica a cui può arrivare è quella del sole.



$q_w$  è un flusso uniformemente distribuito su tutta la superficie equivalente al  $q_w'$  per cui  $q_w < q_w'$ .

$q_w A = q_w' A'$ . Questa ipotesi si tiene se la conducibilità è tale da ottenere distribuzione di calore in tutto l'arco di  $360^\circ$ .



$$\dot{m} c_p (t_{me} - t_{mi}) = q_w L \pi D \quad q = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$L = 6,65 \text{ m}$$

$$L = \frac{\dot{m} c_p (t_{me} - t_{mi})}{q_w \pi D} = 6,65 \text{ m}$$

Per calcolare  $t_p$   $q_w = h (t_p - t_{me})$

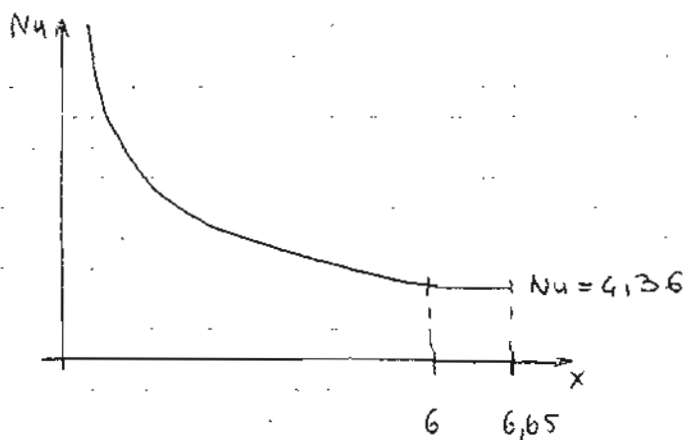
$$Re = \frac{wD}{\nu} = \frac{4 \text{ m/s}}{\pi \cdot 0,01} = \frac{4 \cdot 0,01}{\pi \cdot 9,06 \cdot 10^{-6}} = 603 \quad \text{LAMINARE}$$

Il moto è laminare e la lunghezza dell'ingresso termico vale

$$0,05 Re Pr \approx 0,05 \cdot 603 \cdot 3,5 \cdot \frac{N}{D} = \frac{L_t}{D}$$

$$L_t \approx 6 \text{ m}$$

All'uscita il profilo di temperatura è completamente sviluppato per cui in uscita  $Nu = 4,36$



$$h_e = \frac{Nu_e \cdot d}{D} = 4,36 \frac{0,01}{0,01} = 48,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$t_p = \frac{q_w}{h} + t_{me} = 80 + \frac{2000}{48,7} = 121 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Aria calda scorre con portata di  $0,05 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  attraverso un condotto in lamiera di 15 cm di diametro ubicato in un ambiente in cui la temperatura è di  $0^\circ\text{C}$ .

L'aria calda entra a  $103^\circ\text{C}$  e dopo 5 m viene raffreddata fino a  $77^\circ\text{C}$ . Il coefficiente di convezione tra superficie esterna e ambiente vale  $h_e = 6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ . Calcolare la perdita di energia nei primi 5 m del condotto e il flusso termico e la temperatura superficiale del condotto a  $x=5\text{m}$ .

### Soluzione

$$|Q| = \dot{m} c_p (t_{m0} - t_{mL})$$

$$|Q| = 0,05 \cdot 1,01 (103 - 77) = 1,31 \text{ kW}$$

$$q_w = k (t_{mL} - t_{\infty})$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_e} + \frac{1}{h_L}}$$

Vediamo quale è il regime di moto.

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \cdot 0,05}{\pi \cdot 0,15 \cdot 208 \cdot 10^{-4}} = 20409$$

Il moto è turbolento.

Lo sviluppo termico si propaga per  $L_{st} = 10D = 1,5\text{m}$  da questa distanza in poi le condizioni al contorno restano costanti onde la distribuzione della temperatura resta costante. Nel nostro caso queste condizioni non restano costanti perché il flusso sicuramente varia.

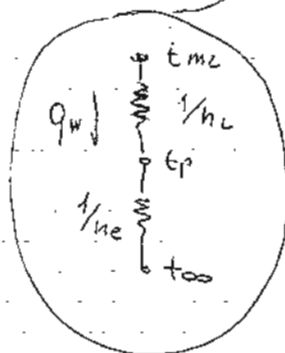
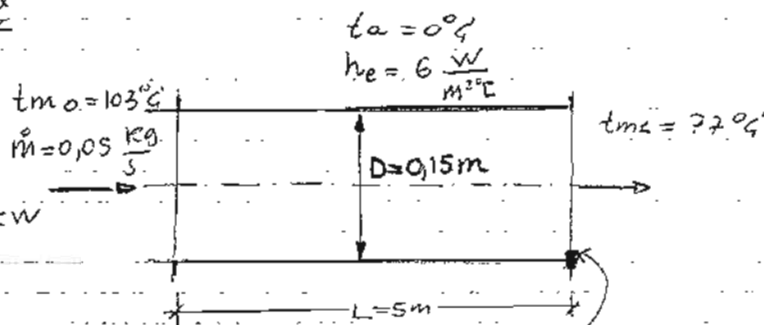
$$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^{0,3} = 57,9$$

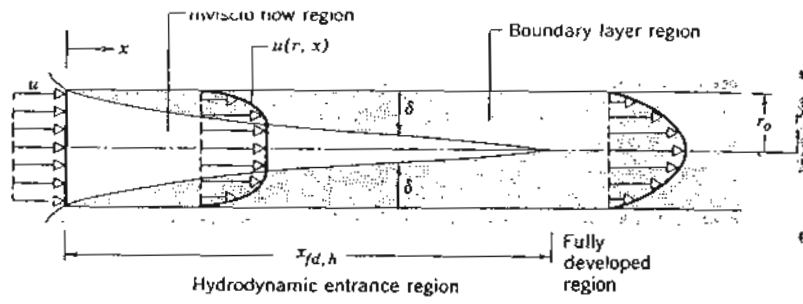
DITUS

$$h_L = \frac{Nu_D \lambda_{aria}}{D} = \frac{57,9 \cdot 0,03}{0,15} = 11,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

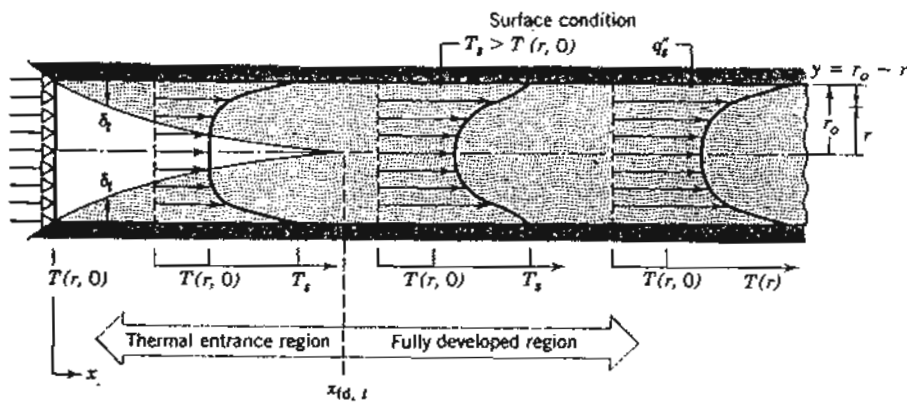
$$q_w = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{11,6}} (77 - 0) = 302,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$t_{pe} = t_{mL} - \frac{q_w}{h_L} = 50,7^\circ\text{C}$$

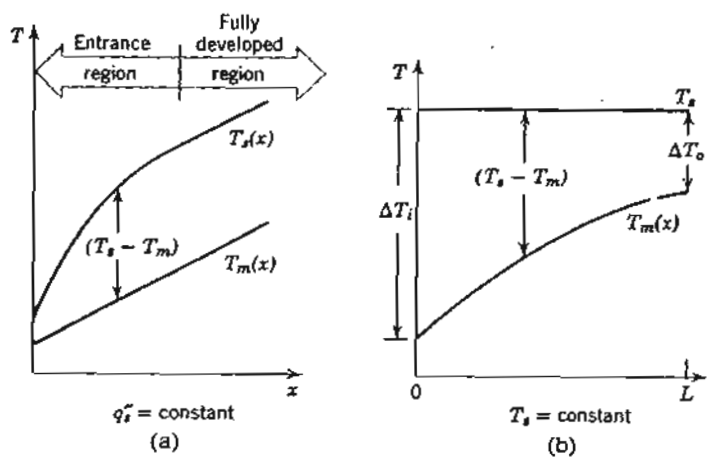




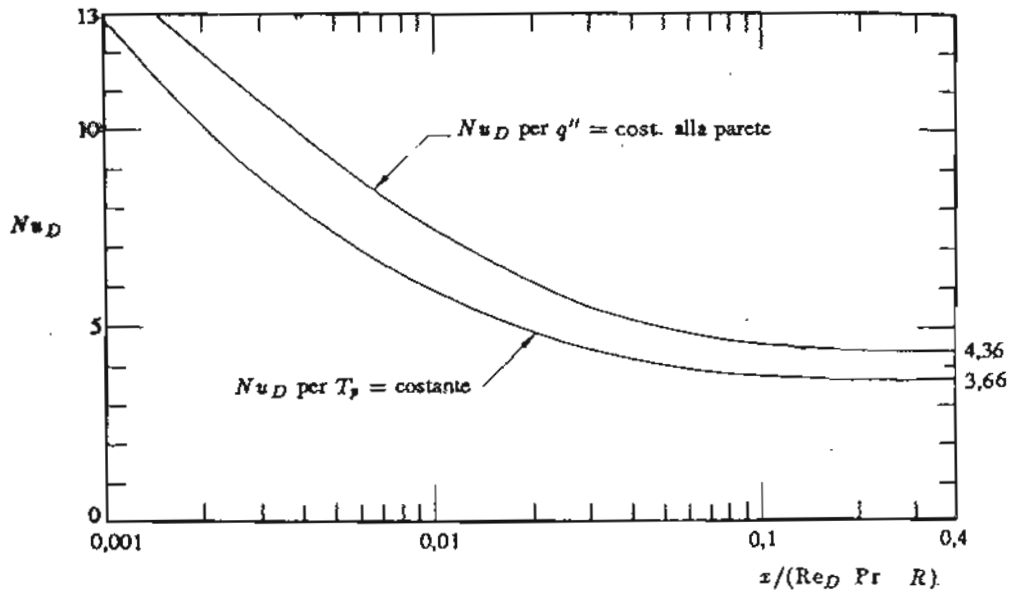
Laminar, hydrodynamic boundary layer development in a



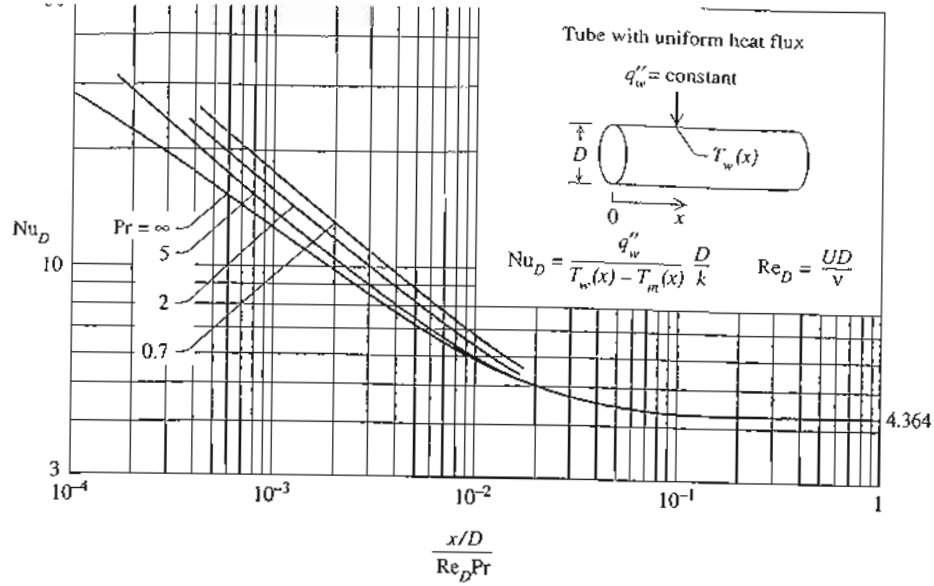
Thermal boundary layer development in a heated circular tube.



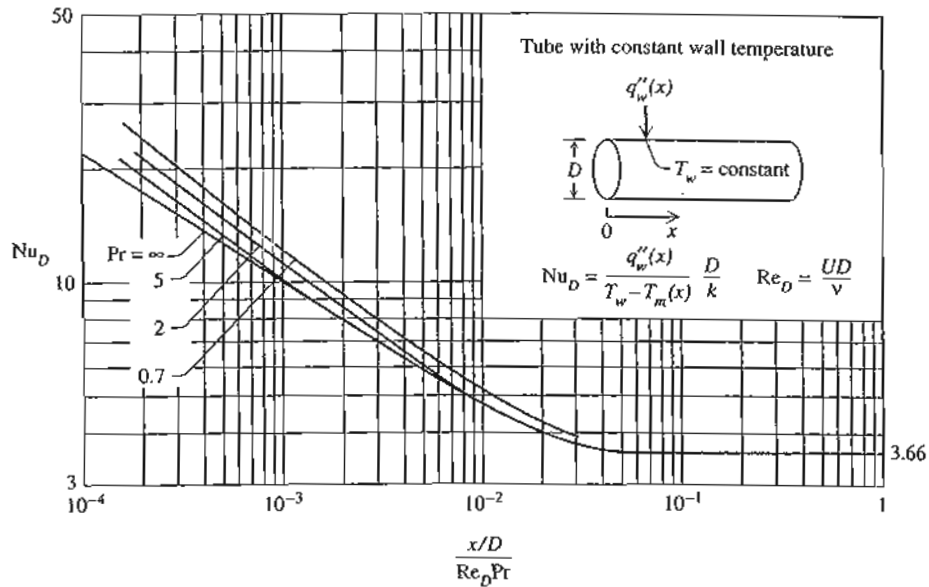
Axial temperature variations for heat transfer in a tube. (a) Constant surface heat flux. (b) Constant surface temperature.



Andamento del numero di Nusselt lungo la regione di ingresso di un tubo per il caso di temperatura costante alla parete o di flusso termico costante.



**Figure 6.8** The Nusselt number for laminar flow through a tube with uniform wall heat flux.



**Figure 6.10** The Nusselt number for laminar flow through a tube with constant wall temperature.

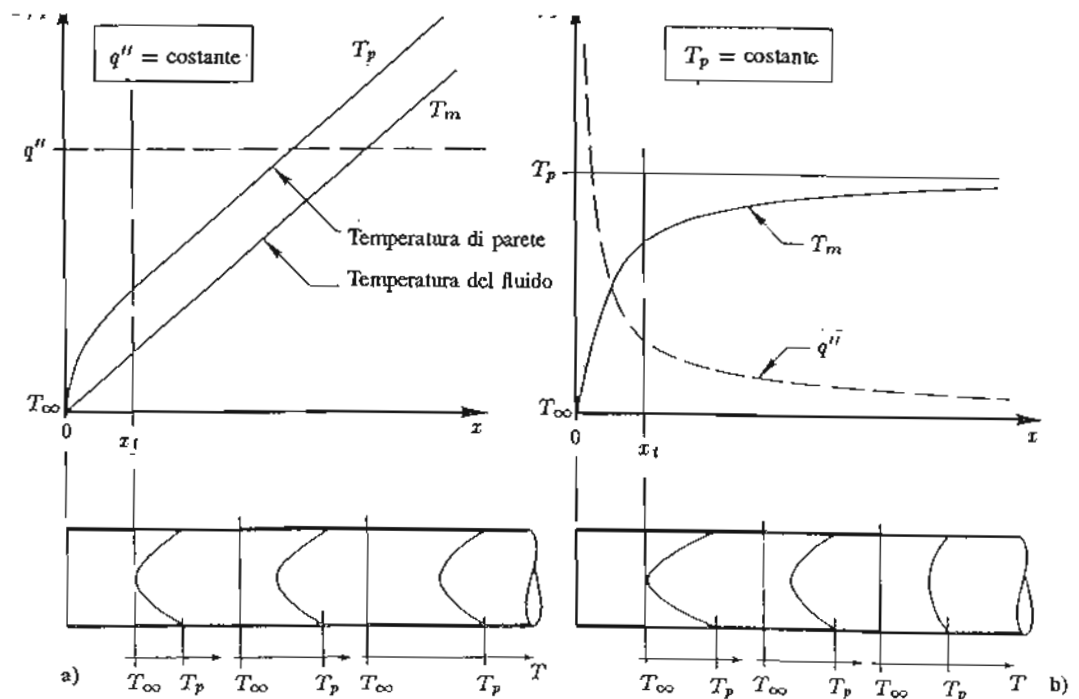













TABLE 8.1 Nusselt numbers and friction factors for fully developed laminar flow in tubes of differing cross section

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$		$f Re_{D_h}$
		(Uniform $q_s''$ )	(Uniform $T_s$ )	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	$\infty$	8.23	7.54	96
	—	3.11	2.47	53

Used with permission from W. M. Kays and M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1980.

Table 8.1 Nusselt numbers for fully developed laminar flow in tubes of differing cross section










CROSS SECTION	$\frac{b}{a}$	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$		$D_h = \frac{4A}{P}$ $K = d$
		(constant $q_w'$ )	(constant $T_s$ )	
	—	4.36	3.66	DIAMETRO IDRAULICO
	1.0	3.61	2.98	
	1.43	3.73	3.08	
	2.0	4.12	3.39	
	3.0	4.79	3.96	
	4.0	5.33	4.44	
	8.0	6.49	5.60	
	$\infty$	8.23	7.54	
	—	3.00	2.35	

Table 8.4 Summary of convection correlations for internal flow.<sup>a, b, c</sup>

CORRELATION	CONDITIONS
$f = 64 Re_D$ (8.19)	Laminar, fully developed
$Nu_D = 4.36$ (8.51)	Laminar, fully developed, constant $q_w'$ , $Pr \geq 0.6$
$Nu_D = 3.66$ (8.55)	Laminar, fully developed, constant $T_s$ , $Pr \geq 0.6$
$\overline{Nu_D} = 3.66 \div \frac{0.0665(D/L)Re_D Pr}{1 + 0.04[(D/L)Re_D Pr]^{0.4}}$ (8.54)	Laminar, thermal entry length ( $Pr \gg 1$ ) or an unheated starting length, constant $T_s$
or, $\overline{Nu_D} = 1.86 \left( \frac{Re_D Pr}{L D} \right)^{1/4} \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14}$ (8.55)	Laminar, combined entry length $[(Re_D Pr / L D)^{1/4} (\mu / \mu_s)^{0.14}] \geq 2$ , constant $T_s$ , $0.48 < Pr < 16,700$ , $0.0044 < (\mu / \mu_s) < 9.75$
$f = 0.316 Re_D^{-1/4}$ (8.20) <sup>d</sup>	Turbulent, fully developed, $Re_D \leq 2 \times 10^4$
$f = 0.184 Re_D^{-1/4}$ (8.21) <sup>d</sup>	Turbulent, fully developed, $Re_D \geq 2 \times 10^4$
$Nu_D = 0.023 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}$ (8.57) <sup>e</sup>	Turbulent, fully developed, $0.6 \leq Pr \leq 160$ , $Re_D \geq 10,000$ , $L/D \geq 10$
or, $Nu_D = 0.023 Re_D^{1/2} Pr^n$ (8.58) <sup>e</sup>	Turbulent, fully developed, $0.6 \leq Pr \leq 160$ , $Re_D \geq 10,000$ , $L/D \geq 10$ , $n = 0.4$ for $T_s > T_m$ and $n = 0.3$ for $T_s < T_m$
or, $Nu_D = 0.027 Re_D^{1/2} Pr^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14}$ (8.59) <sup>e</sup>	Turbulent, fully developed, $0.7 \leq Pr \leq 16,700$ , $Re_D \geq 10,000$ , $L/D \geq 10$
$Nu_D = 4.82 + 0.0185(Re_D Pr)^{0.427}$ (8.60)	Liquid metals, turbulent, fully developed, constant $q_w'$ , $3.6 \times 10^3 < Re_D < 9.05 \times 10^5$ , $10^2 < Pe_D < 10^6$
$Nu_D = 5.0 + 0.025(Re_D Pr)^{0.6}$ (8.61)	Liquid metals, turbulent, fully developed, constant $T_s$ , $Pe_D > 100$

<sup>a</sup>The mass transfer correlations may be obtained by replacing  $Nu_D$  and  $Pr$  by  $Sh_D$  and  $Sc$ , respectively.


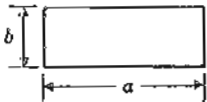
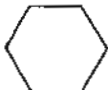

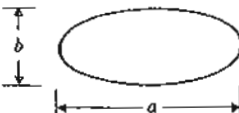
<sup>b</sup>Properties in Equations 8.51, 8.53, 8.57, 8.58, 8.59, 8.60, and 8.61 are based on  $T_m$ ; properties in Equations 8.19, 8.20, and 8.21 are based on  $T_f = (T_s + T_m)/2$ ; properties in Equations 8.54 and 8.55 are based on  $T_m = (T_{m,i} + T_{m,o})/2$ .

<sup>c</sup> $Re_D = D u_m \rho / \mu$ ;  $D_h = 4A/P$ ;  $u_m = \dot{m} / \rho A_c$ .

<sup>d</sup>Equations 8.20 and 8.21 pertain to smooth tubes. For rough tubes the Chilton-Colburn analogy, Equation 8.56, should be used with the results of Figure 8.3.

<sup>e</sup>As a first approximation, Equations 8.57, 8.58, or 8.59 may be used to evaluate the average Nusselt number  $\overline{Nu_D}$  over the entire tube length, if  $(L/D) \geq 10$ . The properties should then be evaluated at the average of the mean temperature,  $T_m = (T_{m,i} + T_{m,o})/2$ .

Tab. 7.3 Valori del numero di Nusselt e del coefficiente di attrito per il moto laminare completamente sviluppato in condotti di varia sezione.

Forma della sezione		$Nu_h$ ( $q'' = \text{cost}$ )	$Nu_h$ ( $T_p = \text{cost}$ )	$C_f \cdot Re_h$
		4,36	3,66	16,00
 $a/b =$	1	3,61	2,98	14,23
	2	4,12	3,39	15,55
	3	4,79	3,96	17,09
	4	5,33	4,44	18,23
	6	6,05	5,14	19,70
	8	6,49	5,60	20,58
	$\infty$	8,24	7,54	24,00
		4,00	3,34	15,05
 $\theta =$	$10^\circ$	2,45	1,61	12,47
	$30^\circ$	2,91	2,26	13,07
	$60^\circ$	3,11	2,47	13,33
	$90^\circ$	2,98	2,34	13,15
	$120^\circ$	2,68	2,00	12,74
 $a/b =$	1	4,36	3,66	16,00
	2	4,56	3,74	16,82
	4	4,88	3,79	18,24
	8	5,09	3,72	19,15
	16	5,18	3,65	19,54

Tab. 7.4 Numeri di Nusselt per il moto completamente sviluppato in condotti anulari con una superficie isolata e l'altra isoterma.

$\frac{D_i}{D_e}$	$Nu_i$	$Nu_e$
0	-	3,66
0,05	17,46	4,06
0,10	11,56	4,11
0,25	7,37	4,23
0,50	5,74	4,43
1,00	4,86	4,86