Matteo Vecchi
n° matr.145817

Lezione del
23. 01. 2003 ore 8:30-10:30

Il Moto Esterno

Con il termine **moto esterno** intendiamo quella branca della fluidodinamica che studia il moto dei fluidi attorno ad un corpo. Le applicazioni di tale studio sono di grande importanza per ogni progettista, sia nell' ambito della meccanica che in quello dell' edilizia.
Il moto esterno riguarda tutti quei casi in cui un fluido viene a contatto con la superficie esterna di un oggetto e, ai fini delle leggi fisiche, è equivalente il fatto che l'oggetto sia fermo e il fluido si muova oppure l' oggetto sia in movimento e il fluido fermo. Ciò che conta, dunque, è il moto relativo tra il fluido e il corpo di contatto.

Prendiamo in esame un caso tipico: un corpo a sezione circolare investito da una corrente d' aria di velocità costante $\boldsymbol{u}_{\infty}$.

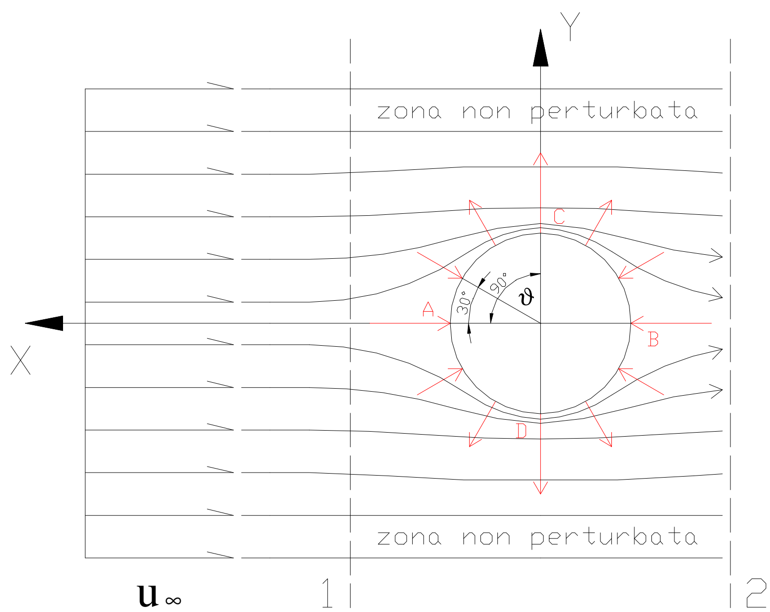


figura 1

Accade che il fluido, schivando il corpo (non lo attraversa, come gli antichi credevano), lambisce la superficie esterna. In questo modo, la sezione di passaggio si riduce del diametro del corpo, creando una diminuzione di velocità e un conseguente aumento di pressione nel fluido. Si creano così delle pressioni sul corpo che possono essere scomposte, grazie la regola del parallelogramma, in due vettori ortogonali:

sforzi tangenziali, dipendenti esclusivamente dalla viscosità del fluido,
sforzi normali, che, oltre dalla viscosità, dipendono anche dall' angolo di incisione del vettore.

Ricordiamo che, per il terzo principio di Newton, le pressioni esercitate dal fluido sul corpo me le ritrovo uguali e contrarie esercitate dal corpo sul fluido.

23.01.2003 Ore 8:30 – 10:30

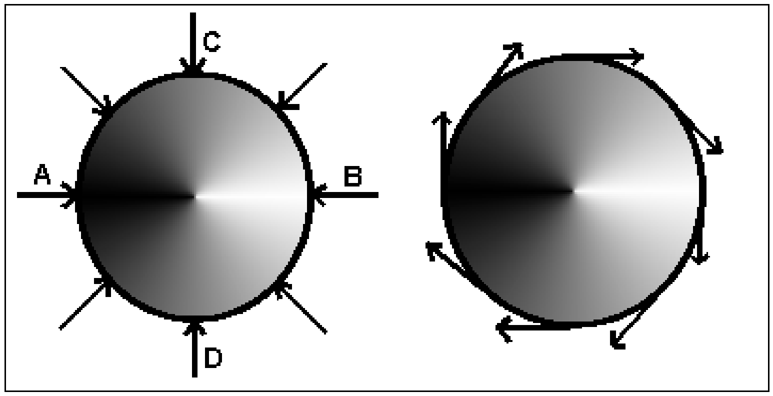
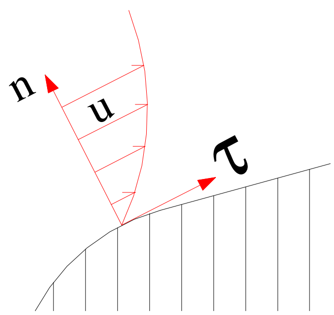


figura 2 – sforzi normali e sforzi tangenziali.

Ingrandendo in un punto qualsiasi del corpo a contatto con il fluido avrò, quindi, una situazione di questo tipo:



dove $\tau = - \mu \cdot \dfrac{du}{dn}$

figura 3

Concetto dello strato limite.

Vicino al corpo, il fluido sviluppa una straterello che risente di un' azione di taglio perché la velocità, che ha un certo valore nella zona indisturbata, passa a zero sulla superficie del corpo (la variazione di velocità arriva al 99%). In questo straterello predomina la l'azione della viscosità. Si tratta dello **strato limite**.

Quando vado a sommare tutti i contributi, tangenziali e normali, che agiscono sul corpo investito dal fluido, ottengo una forza che chiameremo **forza di trascinamento** ($\mathbf{F}_t$). Essa, applicata nel baricentro del corpo, segue l' andamento del flusso e dipende dalla viscosità, dalla velocità e dalla densità del fluido.

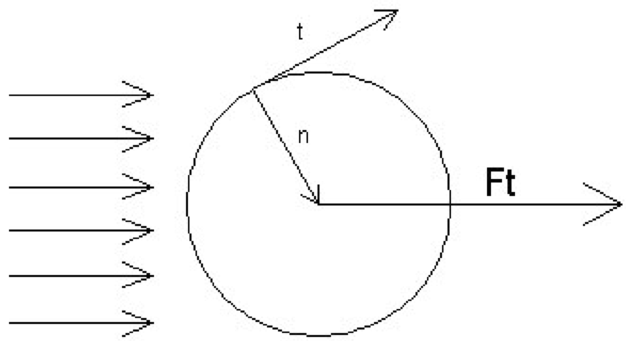


figura 4

Quando un edificio viene sottoposto all'azione del vento viene dunque a crearsi questa forza di trascinamento la quale può avere effetti disastrosi. Qualora essa sia rivolta verso l' alto, la struttura dell' edificio, pensata per resistere a sforzi rivolti verso il basso (forza peso), entra in crisi.
Tuttavia quando un edificio si trova investito da un fluido la forza di trascinamento non è l'unico fenomeno a crearsi.
Quando il vento "fischia" (effetto dovuto all' instabilità del fluido), crea delle oscillazioni che possono essere ad alta frequenza, come nel caso del filo della luce, o a bassa frequenza, come per un grattacielo. Si tratta quindi di oscillazioni forzate, causate cioè da una forza variabile periodicamente, che segue l'andamento sinusoidale (*grafico 1*). Quando il nostro grattacielo (oscillatore forzato) è sollecitato da una forza esterna avente pulsazione assai prossima a quella dell' oscillazione propria, la forza esterna riesce a trasmettere grandi quantità di energia al sistema oscillante e l' ampiezza di oscillazione cresce fortemente nel tempo (*grafico 2*). Tutto ciò può determinare il superamento dei limiti di elasticità del sistema oscillante con conseguenze distruttive. Si tratta del fenomeno di **risonanza.**

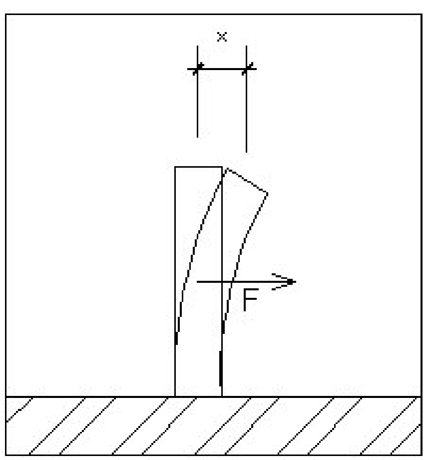
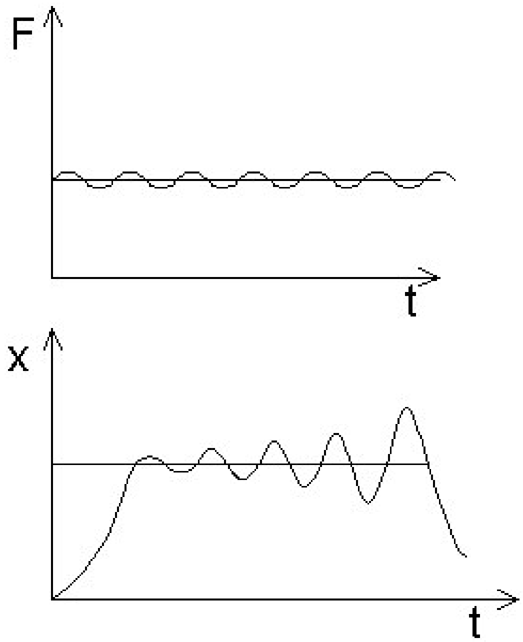


figura 5 - Corpo elastico che oscilla di un' ampiezza x .



grafici 1 e 2 - il grafico 1 mostra l' andamento della forza al variare del tempo (causa del fenomeno)

- *il grafico 2 mostra come varia l' ampiezza dell' oscillazione al variare del tempo (effetto del fenomeno).*

Tuttavia in questa dispensa non ci occuperemo del fenomeno di risonanza.

Torniamo al caso della sezione circolare investita da un fluido.
Nel caso in cui il fluido sia ideale, cioè di viscosità pari a zero, l'unica tensione da prendere in considerazione è quella normale che varia a seconda dell' angolo d' incisione θ. Nei punti A e B (θ = 0° nel punto A, θ = 180° nel punto B) il calo di velocità sarà brusco e, quindi, la pressione massima. Tali punti sono detti **punti di ristagno** (*figura 1*). Nei punti C e D (θ = 90° nel punto C, θ = -90° nel punto D) il fluido ha velocità massima e la pressione, quindi, sarà minima. La situazione è descritta efficacemente dal seguente grafico che descrive le pressioni agenti sul corpo dal fluido ideale al variare dell' angolo θ.

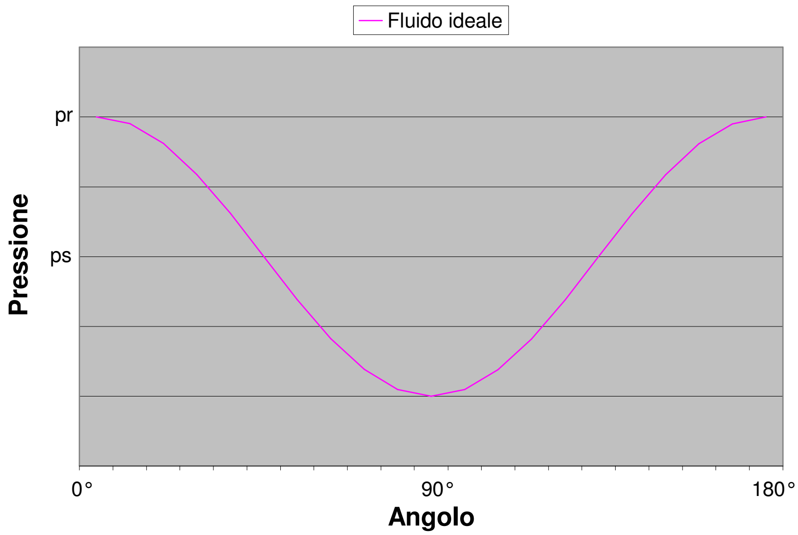


grafico 3

Si nota in particolare che, in presenza di un fluido ideale, la pressione esercitata nel punto A è uguale alla pressione esercitata nel punto B ($\boldsymbol{p}_A = \boldsymbol{p}_B$). Ciò significa che

non vi sono perdite di carico (pressione) da una parte all' altra della sezione e quindi gli sforzi normali si equilibrano perfettamente e il corpo rimane fermo nel fluido. Questo fenomeno va sotto il nome di **paradosso di D'Almbert**. Un corpo che goda di particolari simmetrie immerso in un fluido ideale, dove la viscosità è nulla, non viene né trascinato né messo in rotazione. Non viene trascinato perché la risultante degli sforzi normali è nulla, non viene ruotato perché gli sforzi tangenziali sono nulli, dal momento che la viscosità è zero.

Passiamo ora ad analizzare cosa accade in presenza di un fluido reale, ossia un fluido che possiede una certa viscosità. In questo caso la viscosità produce attrito con la superficie del corpo, parte dell' energia cinetica viene persa per scambio termico, ne segue che l' aria attraversante la sezione 1 ha più energia rispetto l' aria che attraversa la sezione 2. La componente di forza normale tenderà a diminuire, si noti il grafico ora antisimmetrico.

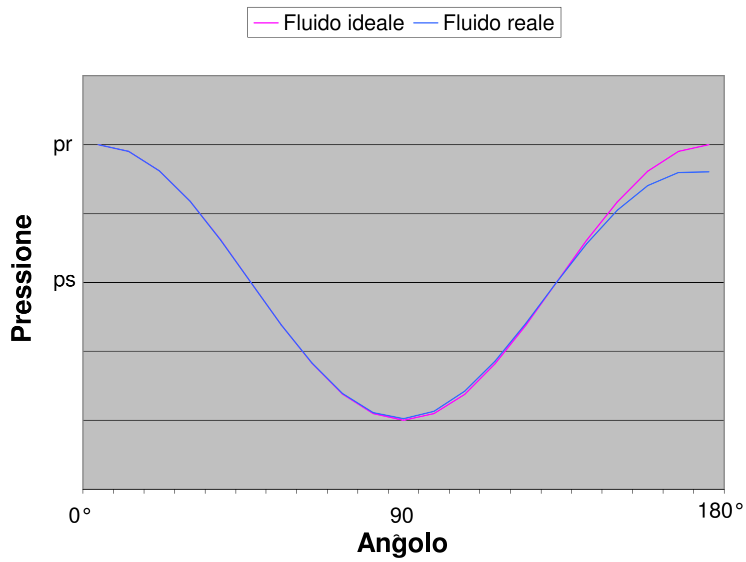


grafico 4

Nei diagrammi si nota anche che nei punti C e D, dove θ è uguale a 90°, le pressioni assumono valori negativi. Tale fenomeno ha, sul corpo, l' effetto di creare tensioni che tendono a deformare l' oggetto nella direzione perpendicolare al flusso.

Per quanto riguarda la componente tangenziale, il suo comportamento in funzione di θ è descritto dal seguente grafico.

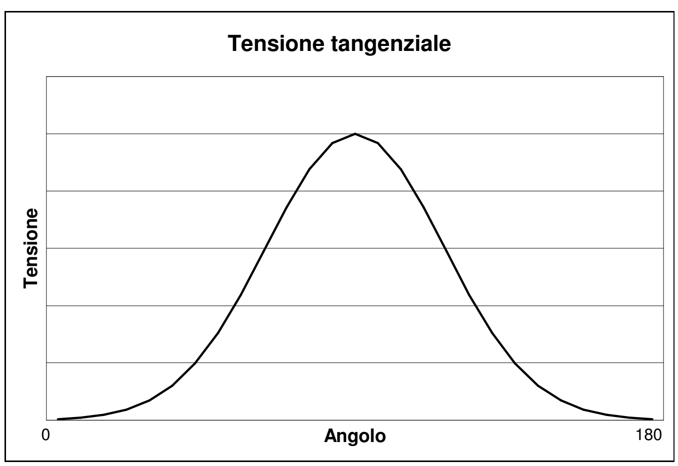


grafico 5

La forza totale di trascinamento dipende molto dalla forma del corpo. L' aerodinamica si occupa appunto di studiare tale forza generata per effetto del moto relativo tra un corpo immerso nell' atmosfera e l'atmosfera stessa. La ricerca ha portato a descrivere una forma aerodinamica migliore, cosiddetta "a goccia", che offre la minima resistenza all' aria e quindi adatta alle alte velocità (*figura 6)*.

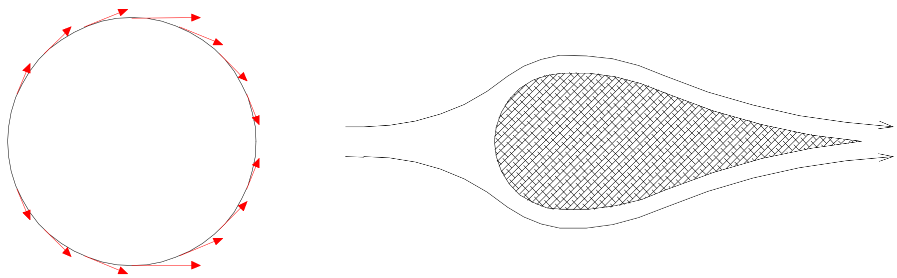


figura 6

Tuttavia la forma aerodinamica ottimale dipende dalla velocità del fluido dal momento che le leggi dell' aerodinamica cambiano a seconda di tale velocità.

Dicevamo che la forza di trascinamento dipende dalla forma del corpo. Nel caso in cui, per esempio, il corpo sia simmetrico rispetto all' asse x accade che la forza di trascinamento sia agente nella direzione del moto del fluido, lungo l' asse x, e possiamo quindi chiamarla F_x . (*figura 7*)

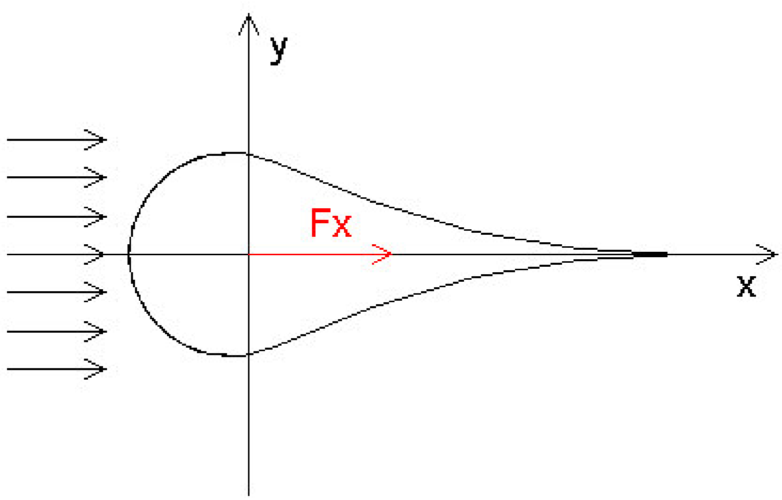


figura 7

Il profilo alare.

Consideriamo a questo punto una forma particolare, asimmetrica sia rispetto ad x che rispetto ad y, che prende il nome di **profilo alare**. Tale forma presenta una forza di trascinamento, scomponibile nelle due componenti orizzontale F_x e verticale F_y , tali che il loro rapporto $\frac{F_y}{F_x}$ varia da 3 per gli aerei a reazione fino a 8 ÷ 10 per gli alianti (*figura 8*).

F_x e F_y, componenti della forza di trascinamento, sono dunque causate dalla somma delle forze tangenziali e normali che operano sulla superficie del corpo immerso nel moto di un fluido.

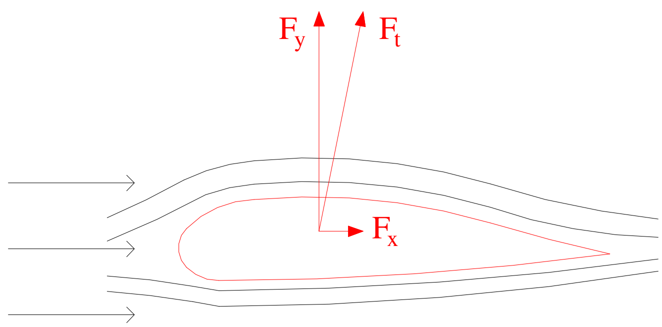


figura 8

F_x, forza agente nella direzione del moto del fluido, prende il nome di **resistenza,**

F_y, forza normale alla stessa direzione, prende il nome di **portanza**.

Per capire come possa nascere il fenomeno della portanza di un' ala, l' equazione di Bernoulli ci fornisce una chiave d' interpretazione.
Esaminiamo il fenomeno in cui l' ala è ferma e l'aria in movimento, nella figura 9 è rappresentato un profilo alare ed è disegnato il moto di due volumetti A e B di fluido che vengono separati dall' ala, il primo passa al di sotto di essa e il secondo al di sopra per poi ricongiungersi. Per la forma dell' alla il volumetto A percorre una traiettoria praticamente rettilinea mentre il volumetto B deve descrivere un percorso più lungo. Dal momento che per i due spostamenti è impiegato lo stesso tempo, dobbiamo ammettere che la velocità dell' aria di sopra è maggiore dell' aria di sotto.
Ma allora la pressione che preme sulla faccia inferiore dell' ala è maggiore di quella che esercita sulla faccia superiore: questa differenza di pressione genera parte della forza (portanza) che sostiene l' aereo in volo.

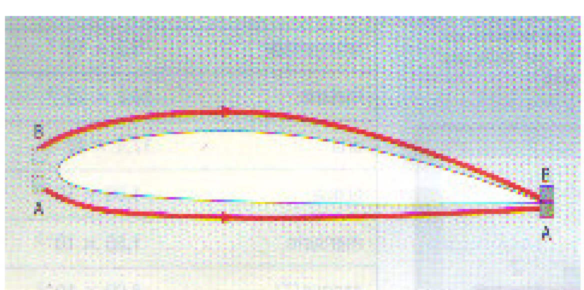
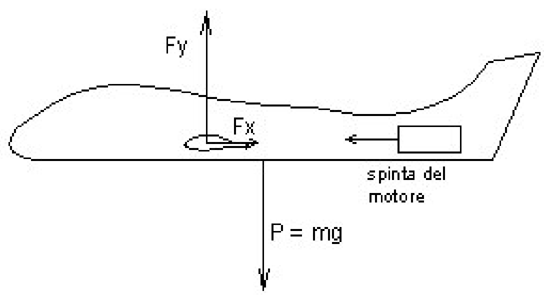


figura 9 – traiettorie dei volumi A e B lungo il profilo alare

23.01.2003 0re 8:30 – 10:30

Esempio

Supponiamo che un aereo pesi 1000 Kg e riceva una spinta dal suo motore di 2500 N.



Sappiamo che la resistenza F_x = 2500N nella direzione del moto del fluido (uguale e contraria cioè alla spinta).
Affinché l' aereo si mantenga in volo bisogna che la portanza uguagli la forza peso (che nel nostro caso è circa 10000 N , cioè $m \cdot g$= 1000 $Kg \cdot 9{,}81\ m/s^2$),
$F_y = 4 \cdot F_x = 4 \cdot 2500\ N = 10000N$

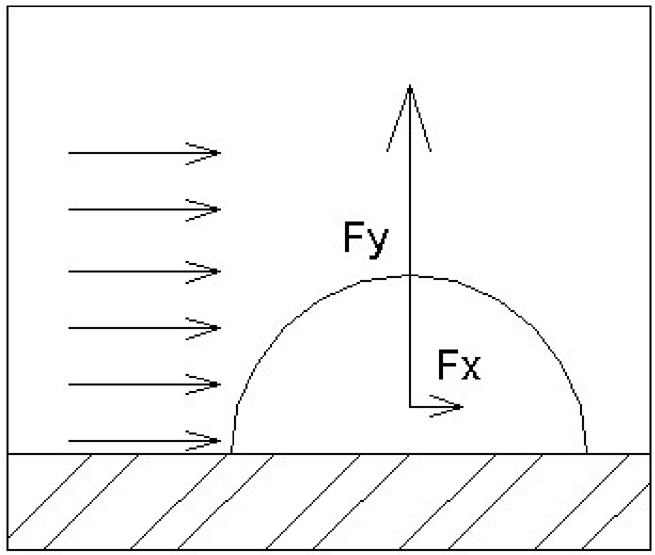
Ciò significa che, in questo caso, il rapporto $\frac{F_y}{F_x} = 4$

Quando, dunque, un aereo si mantiene in volo?
Quando la portanza delle sue ali (F_y) bilancia la forza peso.

Nel caso degli alianti, in cui la spinta è zero, $\frac{F_y}{F_x}$ rappresenta il rapporto con cui il velivolo scende.

Il progettista deve sapere che gli edifici (i ponti, le passerelle…) sottoposti ai venti, tendono a comportarsi come le ali. Investiti dal moto di un fluido sono soggetti a forze di resistenza e forze di portanza. Quando la forza di portanza è rivolta verso l'alto, come nel profilo alare, l' edificio co llassa perché esso e tutta la sua struttura vengono pensati per resistere alla propria forza peso (rivolta, come sappiamo, verso il basso).

Ad esempio, pensiamo ad una struttura di questa forma, (*figura 10*, potrebbe essere un hangar o un palazzetto dello sport), asimmetrica rispetto al proprio asse x ma simmetrica rispetto all' asse y, sottoposta al flusso del vento. Essa si ritrova ad avere la forza di portanza F_y rivolta verso l'alto e molto maggiore rispetto ad F_x.



F $_y$ **>> F** $_x$

figura 10

Un altro esempio può essere fornito da superfici particolarmente estese e sottili come le pensiline dei distributori di benzina. Per far fronte ai problemi dovuti al vento, la forma migliore da adottare sarebbe quella di un profilo alare rovesciato in modo tale che , in caso di vento, la portanza sia rivolta verso il basso e ancori la struttura al suolo (*figura 11*).

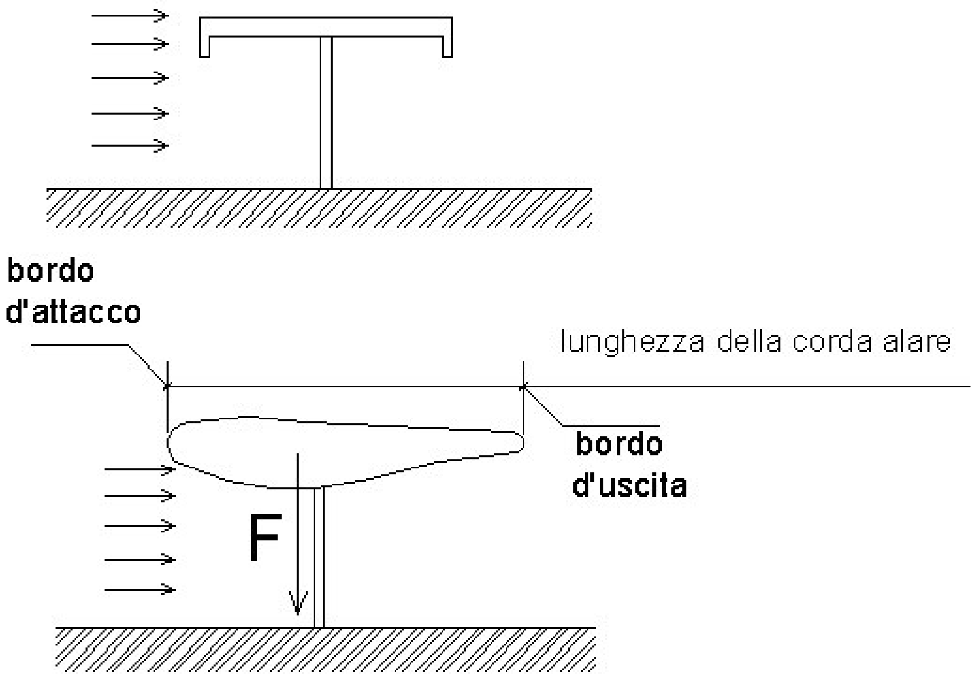


figura 11

23.01.2003 0re 8:30 – 10:30

Volendo calcolare l' intensità delle forze F_x e F_y si ricorre alle seguenti formule:

$$\boldsymbol{F}_x = \boldsymbol{C}_x \cdot \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{u}^2{}_{\infty} \cdot \tilde{\mathbf{n}}_{aria} \cdot \boldsymbol{A}_x$$

dove

$\boldsymbol{C}_x$ è il coefficiente di penetrazione aerodinamico,
$\boldsymbol{A}_x$ è l' area fronta le,
$\tilde{\mathbf{n}}_{aria}$ è la densità del fluido (nel nostro caso l'aria),
$\boldsymbol{u}_{\infty}$ è la velocità del flusso.

Nella formula vengono introdotti concetti nuovi, quali l' area frontale e il coefficiente C_x .

L' **area frontale** non è altro che la proiezione del corpo su un piano di riferimento perpendicolare alla direzione del flusso (lungo l' asse x). L' area che si determina è la nostra area di riferimento da inserire nella formula (*figura 12*).

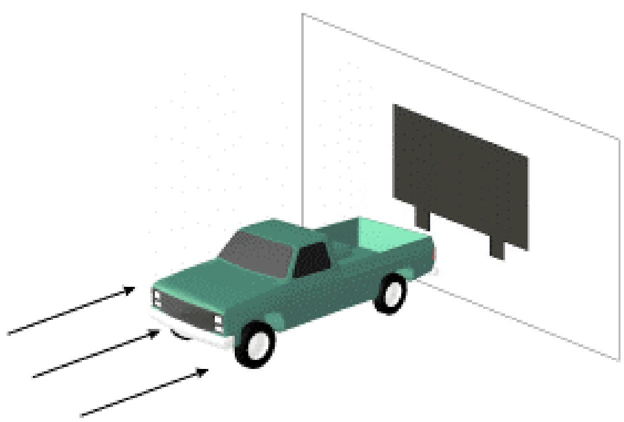


figura 12

Il **coefficiente di penetrazione aerodinamica C_x** (detto anche C_r) rappresenta il rapporto tra la velocità del corpo e la potenza necessaria per muoversi a quella velocità. Per calcolarne il giusto valore sono necessarie particolari grafici che relazionano C_x al numero di Reynolds.

Numero di Reynolds definito:

$$\mathbf{R}_e = \frac{u \cdot D}{v}$$

dove
D = lunghezza caratteristica (es.:diametro nel caso di sfera o cilindro)
ν = viscosità cinematica del fluido

Trovato il numero di Reynolds è possibile ricavare il coefficiente di penetrazione dalla corrispondente tabella.

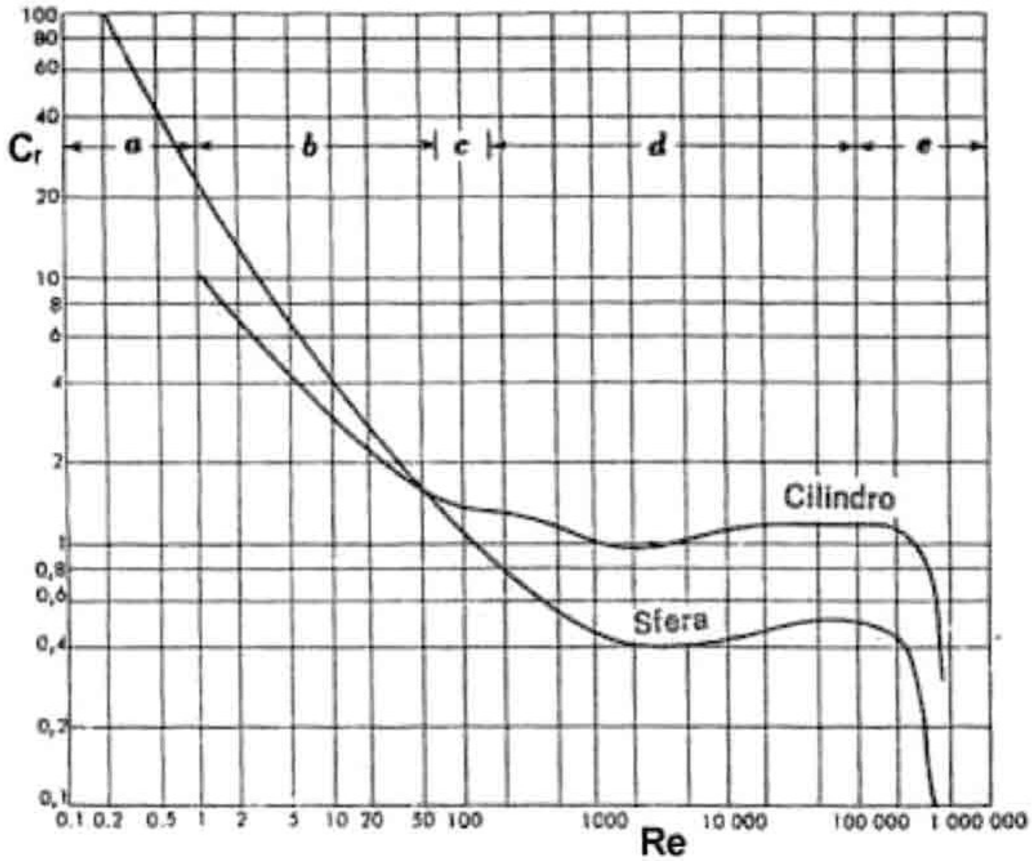


grafico 6

Nelle forme complesse prive di un diametro geometrico si ricava un diametro equivalente utilizzabile nella formula.

$$D_{EQ} = \frac{4 \cdot V}{S}$$

Per quanto riguarda F_y, vale la seguente formula:

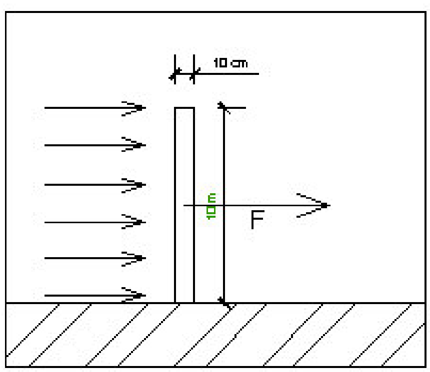
$$F_y = C_y \cdot \frac{1}{2} \cdot u^2_{\infty} \cdot \rho_{aria} \cdot A_y$$

Valgono le stesse considerazioni fatte per F_x, ovviamente A_y rappresenta la proiezione del corpo su un piano di riferimento perpendicolare alla direzione dell' asse y.
Per esempio l'area da considerare per calcolare la portanza di un' ala è la seguente:

figura 13

Esempio numerico.

Consideriamo un palo della luce alto 10 metri largo 10 centimetri sottoposto alla spinta del vento pari a 100 km/h.



Prima considerazione da fare è che, data la simmetria della figura e la direzione del vento, la forza di trascinamento che nasce è la forza F_x disposta lungo l' asse x e applicata nel centro di spinta.

Calcoliamo l'area frontale lungo l' asse x del palo che è un rettangolo di 0,10m x 10m.

$A_x = b \cdot h = 0{,}1 \cdot 10 = 1\ m^2$

$\tilde{n}_{aria} = 1{,}2\ kg/m^3$

23.01.2003 0re 8:30 – 10:30

Scriviamo la velocità del vento nel S.I.

100 km/h = 100 · 1000/3600 = 27,77 m/s

Possiamo, ora, calcolare il numero di Reynolds:

$$R_e = \frac{u \cdot D}{v} = \frac{27{,}77 \cdot 0{,}1}{17 \cdot 10^{-6}} = 163400$$

Dal grafico 6 è possibile ricavare il coefficiente di penetrazione conoscendo R_e.
$C_x = 1{,}2$
Dunque
$$F_x = C_x \cdot \frac{1}{2} \cdot u^2_{\infty} \cdot ñ_{aria} \cdot A_x = 1{,}2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 27{,}77^2 \cdot 1{,}2 \cdot 1 = 555 \text{ N}$$

A questo punto il momento flettente è dato da:

$M_F = F \cdot b = 555 \cdot 5 = 2775$ N/m.