

Miscela aria - vapore

Definiamo Aria secca una miscela di gas la cui composizione (in volume) assumiamo costante:

- 78% Azoto
- 21% Ossigeno
- 1% Gas rari (tra cui elio, neon, argon) ed Anidride Carbonica. All'aria aperta la percentuale di CO₂ è circa 0.03%, quindi si può considerare trascurabile.

L'Aria umida è una miscela fra aria secca e vapor acqueo, la fase complessiva è gassosa, inoltre in prima approssimazione tale sarà considerata una miscela di due gas ideali: infatti il vapor d'acqua presenta una pressione parziale molto piccola, quindi è lecito trascurare il comportamento da vapore surriscaldato.

L'aria che comunemente respiriamo è aria umida, la quantità di vapor acqueo presente nell'atmosfera è variabile, analizziamo ora un primo esperimento utile per comprendere questo fenomeno oltre che per trovare un sistema di misurazione della quantità di vapor acqueo nell'aria.

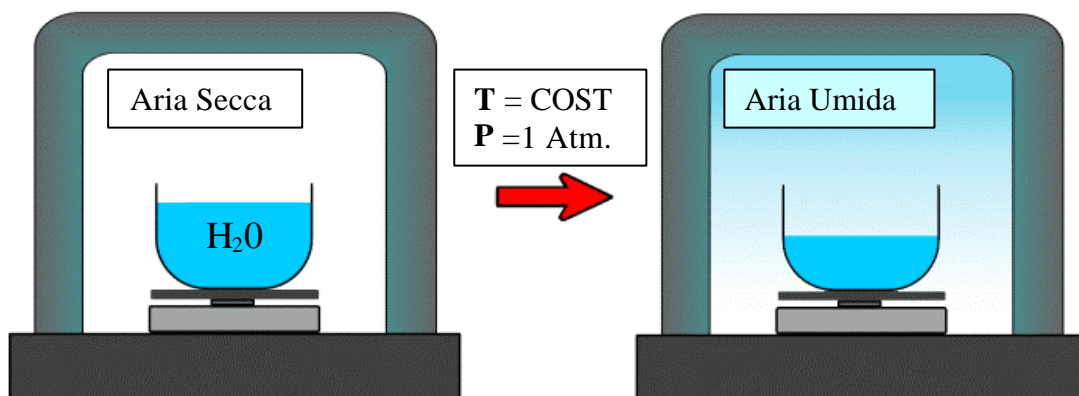


Figura 1

Come mostrato in *figura 1* viene posto un contenitore pieno d'acqua sotto una campana dove è presente aria secca mantenendo **T** e **P** costanti. Dopo un certo tempo parte dell'acqua presente nel contenitore evapora. Il vapore formatosi si disperde nella campana, trasformando l'aria secca in aria umida. Il processo continua fino a che la pressione parziale del vapore saturo eguaglia la pressione di saturazione dell'acqua in funzione della temperatura **T** alla quale si opera.

Supponiamo di avere una bilancia opportunamente tarata sotto al contenitore d'acqua. Possiamo ora introdurre il concetto di **titolo**, così definito:

$$x = \frac{M_{vap}}{M_{aria}} = \left[\frac{kg_{vap}}{kg_{aria}} \right] \quad (1)$$

dove M_{vap} indica la massa del vapore e M_{aria} la massa dell'aria secca. Attenzione a non confondere il titolo appena definito con quello usato per caratterizzare i vapori saturi, che si indica con lo stesso simbolo x . Nel caso dell'aria secca, si avrà $x = 0$ mentre nel caso di vapore acqueo puro, $x \rightarrow \infty$. Il titolo è il rapporto tra pesi di sostanze chimiche diverse e *non si tratta quindi di un numero puro*, solitamente il titolo viene espresso in g_{vap}/kg_{aria} .

Il secondo metodo per indicare l'umidità dell'aria, è il cosiddetto grado igrometrico (detta anche umidità relativa, o *U.R.*), così definito:

$$\varphi = \frac{P_{vap}}{P_{sat}} \quad (2)$$

dove P_{vap} indica la pressione del vapore nella miscela aria-vapore considerata, e P_{sat} la pressione di saturazione del vapore acqueo alla temperatura di analisi.

Questa grandezza è sempre compresa tra 0 e 1, quindi *può essere rappresentata in forma percentuale* (tramite una semplice moltiplicazione per 100). Tale grandezza viene comunemente utilizzata e fuori da un ambito ingegneristico viene preferita al *titolo*. E' evidente che l'umidità relativa non possa mai superare il 100%. Se così fosse, si avrebbe $P_{vap} > P_{sat}$, impossibile in condizioni stazionarie perché in questo caso parte del vapore condenserebbe, e la pressione del vapore tenderebbe quindi ad abbassarsi fino a tornare ad un valore lecito. Tuttavia il grado igrometrico presenta uno svantaggio: l'*U.R. non indica in senso assoluto quanto vapore acqueo è contenuto nell'aria*, ma piuttosto ci dà un'idea di *quanto l'aria sia distante dalla saturazione*.

Il metodo migliore per legare i concetti di titolo, grado igrometrico e temperatura è il *diagramma psicrometrico*, di cui è presente una copia (Figura 2) ed una breve descrizione nel paragrafo successivo. Esiste comunque anche un'analisi analitica, facilmente ottenibile *considerando aria e vapore acqueo gas perfetti*, in queste condizioni è possibile utilizzare la legge di Dalton (per le miscele di gas perfetti, si può considerare il volume a disposizione di ciascun gas uguale al volume totale)

$$\frac{n_v}{n_a} = \frac{P_v}{P_a} \quad (3)$$

da cui segue

$$x = \frac{M_v}{M_a} = \frac{m_v n_v}{m_a n_a} = \frac{18 \frac{kg}{kmol} P_v}{29 \frac{kg}{kmol} P_a} = 0,622 \frac{P_v}{P_{tot} - P_v} = 0,622 \frac{\phi P_{sat}}{P_{tot} - \phi P_{sat}} \quad (4)$$

dove n_v e n_a rappresentano rispettivamente il numero di moli di vapore e di aria secca presenti nella miscela di aria umida considerata, m_v e m_h le masse molari dei due componenti (essendo l'aria un miscuglio di vari gas, la sua massa molare viene calcolata come media pesata delle masse molari dei vari componenti). Infine P_{tot} è la pressione totale della massa d'aria umida considerata e P_{sat} la pressione di saturazione del vapore alla temperatura considerata (questa grandezza si ottiene dalle apposite tabelle del vapore). L'uguaglianza $P_v = \phi P_{sat}$ deriva da (2).

Chiaramente la relazione (4) si può invertire, ottenendo il grado igrometrico in funzione del titolo (e della temperatura della massa d'aria analizzata), ottenendo

$$\phi = \frac{P_{tot}}{P_{sat}} \frac{x}{x + 0,622} \quad (5)$$

dove le grandezze hanno lo stesso significato di prima. Occorre però fare una precisazione: il grado igrometrico può valere al massimo 1, quindi è necessario imporre questo vincolo quando si applica la formula di conversione (5). Se il risultato è superiore a 1, sicuramente i dati utilizzati non sono validi, ossia non siamo in una situazione reale.

Il valore di x tale per cui $\phi = 1$, è detto titolo di saturazione. Per ogni particolare temperatura non è possibile che il titolo di una massa d'aria umida superi il titolo di saturazione (che varia in funzione di T).

Un fenomeno interessante legato a questi concetti è quello della nebbia. La nebbia si forma quando l'umidità relativa dell'aria è esattamente del 100% (ossia il titolo è pari a quello di saturazione). Si tratta di una situazione molto stabile, perché qualunque variazione della temperatura viene immediatamente controbilanciata dal comportamento dell'acqua. Supponiamo per esempio che la temperatura ambiente diminuisca: parte del vapore si condensa, producendo il calore latente di vaporizzazione, che va immediatamente a riscaldare l'ambiente.

Entalpia specifica

Il calore specifico medio (c'_p) è definito come la media pesata dei calori specifici dell'aria e del vapore per la miscela che si sta considerando; sia

$$M_A = 1 \text{ Kg}_A \text{ (Aria); } M_V = x \text{ Kg}_V \text{ (Vapore)} \quad (6)$$

dove x è il titolo della miscela in esame; ricordando che

$$C_P = c_{p_A} \cdot M_A + c_{p_V} \cdot M_V \quad (7)$$

posso quindi definire

$$c'_p = c_{p_{aria}} + x \cdot c_{p_{vap}} \quad \left[\frac{KJ}{Kg_A \cdot K} \right] \quad (8)$$

dove $c_{p_{aria}}$ e $c_{p_{vap}}$ sono i calori specifici a pressione costante. Ora posso definire il concetto di *entalpia specifica* J come

$$J = h_A + x \cdot h_V \quad \left[\frac{KJ}{Kg_A} \right] \quad (9)$$

$$h_A = c_{p_A} \cdot T \quad h_V = r + c_{p_V} \cdot T \quad (10)$$

dove r è il calore latente di vaporizzazione.

$$c_{p_A} \cong 1 \frac{KJ}{Kg \cdot K}$$

Ora, sapendo che :

$$r \cong 2500 \frac{KJ}{Kg} \quad (11)$$

$$c_{p_V} \cong 1,9 \frac{KJ}{Kg \cdot K}$$

sostituendo a (9) ottengo

$$J = T + x \cdot (2500 + 1,9 \cdot T) \quad (12)$$

La (12) è da ritenersi un ottimo strumento per la risoluzione di tutti quei problemi dove (come è stato implicitamente fatto nei passaggi per arrivarci) è consentita l'approssimazione a gas perfetto della miscela acqua-vapore.

Diagramma Psicrometrico

Il diagramma psicrometrico è di uso relativamente recente. *In figura 2* ne è rappresentato un esempio; nel resto della trattazione verranno usate porzioni di questo diagramma, quindi con le stesse unità di misura. E' stato introdotto per la prima volta con l'Igrometro di Assman (detto appunto Psicrometro), attualmente uno dei modelli di igrometro più usati (per una descrizione vedi pagina 10).

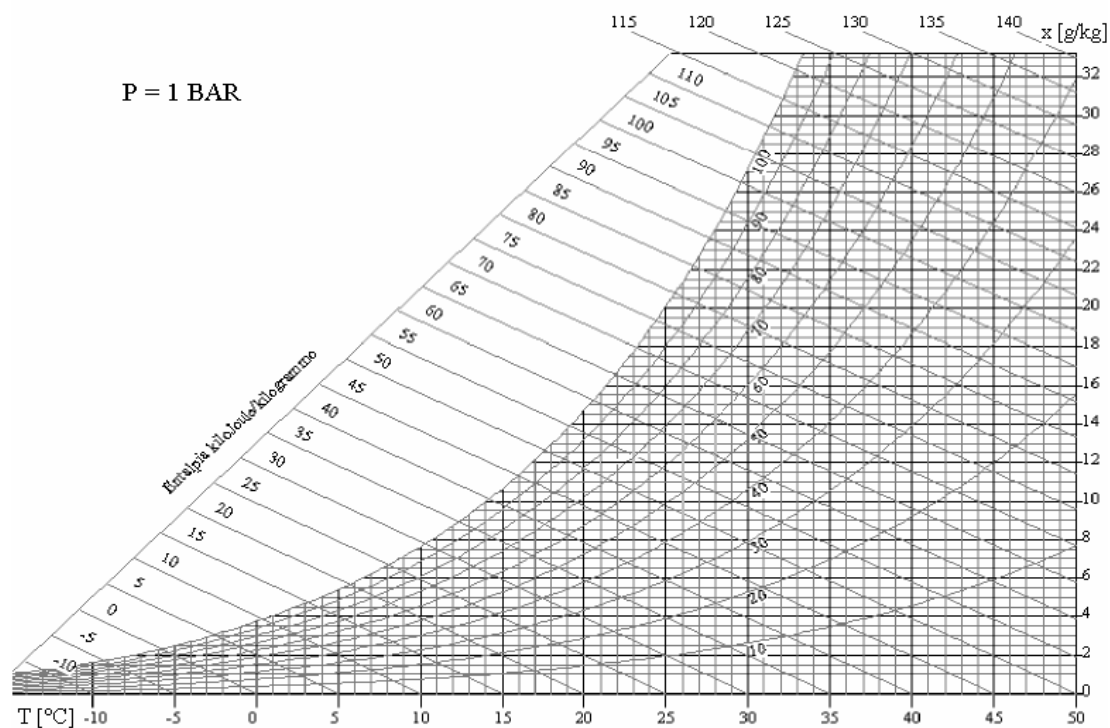


Figura 2

Viene ora spiegato come bisogna leggere il grafico di *figura 2*:

- Sull'asse delle ascisse si trova la *temperatura*; un percorso lungo una linea retta verticale indica una variazione dello stato psicrometrico a **T** costante.
- L'ordinata rappresenta il *titolo x* (misurato in questo caso in g_{vap} / kg_{aria}); quindi uno spostamento orizzontale non determina una variazione del rapporto fra quantità d'aria secca e vapore.
- Le linee diagonali decrescenti, come si può facilmente dedurre dal diagramma, sono le curve isoentalpiche, l'*entalpia specifica J* viene misurata in KJ/kg_{aria} .
- Infine le curve crescenti, ciascuna identificata da un numero compreso tra 10 e 100 sono le curve a *grado igrometrico* costante. Per esempio la curva indicata dal numero 10 rappresenta un'umidità relativa del 10%, e così via per le altre. Ovviamente la prima curva da sinistra indica la regione dove $j = 1$ (U.R. del 100%); oltre questa curva si entra in una situazione impossibile, perché come già detto il grado igrometrico non può superare il valore 1 (saturazione).

Un tipico utilizzo di questo diagramma è la conversione da grado igrometrico a titolo (o viceversa) una volta nota la temperatura dell'aria. Per esempio, supponiamo di conoscere il grado igrometrico di una certa massa d'aria, e sia nota anche la sua temperatura. In questo modo identifichiamo in modo univoco un punto sul diagramma, come intersezione tra la curva con il ϕ specificato e la retta verticale corrispondente alla temperatura considerata. Proiettando il punto appena trovato sull'asse verticale, e misurandone l'altezza, si ottiene immediatamente il titolo della massa d'aria.

Per esempio, sapendo che a una temperatura di 25°C l'umidità relativa dell'aria è dell'80%, si ottiene immediatamente un valore del titolo pari a $x = 16g/kg_{aria}$, ossia per ogni kg di aria secca sono presenti 16 g di vapore acqueo.

Un'operazione utile da effettuare sul diagramma psicrometrico è *calcolare la pendenza delle curve a $J=costante$* . Indicando con t la temperatura in gradi centigradi si ha

$$J(t, x) = c_{pA} \cdot t + x \cdot (r + c_{pV} \cdot t) = t + x \cdot (2500 + 1,9 \cdot t) \quad (13)$$

di conseguenza il differenziale di J vale

$$dJ = (1 + 1,9 \cdot x) \cdot dt + (2500 + 1,9 \cdot t) \cdot dx \quad (14)$$

ma siccome stiamo analizzando curve a J = costante, necessariamente $dJ = 0$, cioè

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{1 + 1,9 \cdot x}{2500 + 1,9 \cdot t} \quad (15)$$

A temperatura ambiente ($-10^\circ\text{C} \div 40^\circ\text{C}$) ovviamente $2500 \gg 1,9 \cdot t$ e quindi possiamo trascurare il termine ottenendo un'equazione approssimata della forma

$$\frac{dx}{dt} \approx - \frac{1 + 1,9 \cdot x}{2500} \quad (16)$$

Igrometro a condensazione

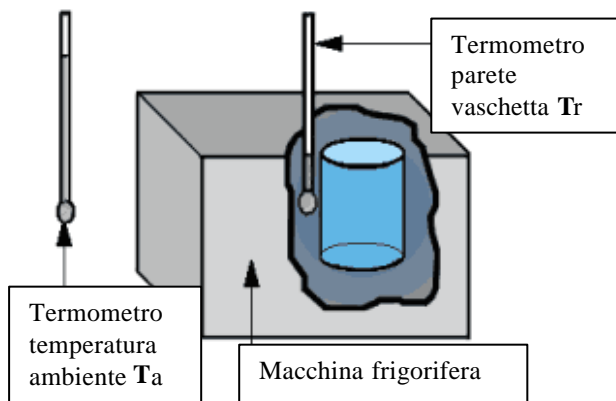


Figura 7

Questo strumento era di uso molto comune in passato, grazie alla sua discreta precisione e all'indipendenza dalla temperatura, ma oggi è quasi abbandonato per la difficoltà nella misura, inoltre prima dell'introduzione del diagramma psicometrico ad ogni misura era necessario svolgere equazioni per ricavare le grandezze titolo oppure grado igrometrico desiderate.

E' composto da una vaschetta metallica aperta, dove sulla superficie esterna è posto il condensatore di una macchina frigorifera (come in una specie di gelatiera) ed un termometro, che fornisce la temperatura della vaschetta.

Il suo funzionamento è piuttosto semplice: dell'etere, fatto evaporare rapidamente per mezzo di una corrente d'aria, raffredda il recipiente di metallo che lo contiene e l'aria a contatto con la parete raggiunge una temperatura T_r a cui corrisponde una certa pressione di vapore saturo; a questo punto un vapore umido si condensa e deposita sul metallo, rendendolo opaco. Con i due termometri si misurano le due temperature T_a (ambiente) e T_r (parete della vaschetta) E' così possibile, mediante diagramma psicometrico, ricavare il punto fisico di nostro interesse, e da esso ricavare i valori incogniti

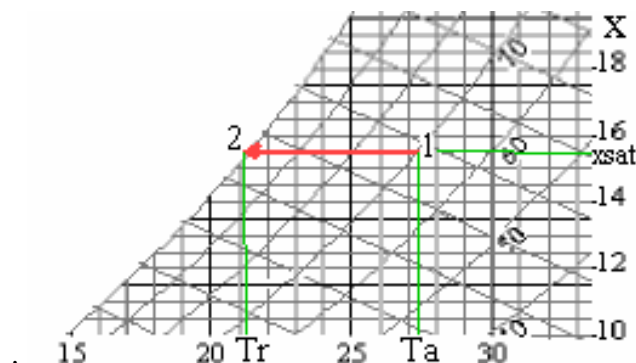


Figura 8

L'istante iniziale è 1, a cui corrispondono una particolare temperatura (quella ambiente T_a), titolo e grado igrometrico. Man mano che il condensatore si raffredda, si percorre la linea rossa 1-2 (chiaramente il titolo non cambia, perché la quantità d'aria e vapore d'acqua resta la stessa). Il punto 2 è il cosiddetto punto di rugiada, dove comincia ad avvenire la condensazione sulle pareti della vaschetta (si è in saturazione). A questa situazione corrisponde la temperatura di rugiada T_r .

Il titolo (che resta costante durante tutta la trasformazione) è stato indicato come x_{sat} , perché effettivamente si tratta del titolo di saturazione alla temperatura di rugiada misurata. Per conoscerne il valore basta applicare

$$x_{sat} = 0,622 \frac{P_{sat}(T_r)}{P_{tot} - P_{sat}(T_r)} \quad (17)$$

che deriva da (4) ponendo semplicemente $j = 1$. Ovviamente $P_{sat}(T_r)$ rappresenta la pressione di saturazione del vapore alla temperatura T_r (si legge sulle tabelle) e P_{tot} la pressione della massa d'aria oggetto della misura (eventualmente la pressione ambiente). Noto il titolo, è immediato ottenere il grado igrometrico iniziale, estrapolandolo dal diagramma psicrometrico (oppure usando la formula (5) precedentemente trattata per la conversione titolo U.R.)

Igrometro di Assman (Psicrometro)



Figura 13

Si tratta probabilmente del più preciso e più pratico strumento di misura dell'umidità. Si basa su un concetto abbastanza semplice e che chiunque ha provato sulla propria pelle, e cioè che quando si è bagnati si sente più freddo. Questo fenomeno deriva dal fatto che l'acqua tende ad evaporare, assorbendo quindi il calore latente di vaporizzazione, che nel caso di un essere vivente viene fornito dal corpo, facendo quindi avvertire una sensazione di freddo.

Lo strumento è fatto da un tubo a forma di Y: nella coppia di condotti paralleli entra l'aria umida da analizzare, che esce poi dal terzo tubo, dove eventualmente si può trovare una ventola per favorire il processo di afflusso dell'aria.

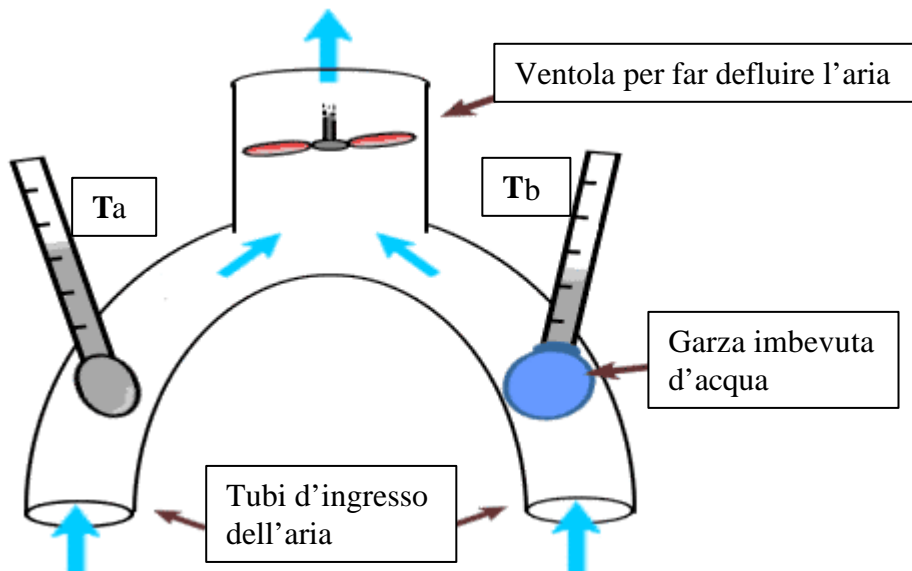


Figura 14

Nei due condotti d'entrata vengono posti altrettanti termometri, uno dei quali con avvolta intorno al bulbo una garza imbevuta d'acqua. A questo punto l'aria comincia a scorrere, e i termometri segnano due diverse temperature, con $T_A > T_B$ (questo perché parte dell'acqua contenuta nella garza evapora, assorbendo il calore latente di vaporizzazione r , che causa quindi una diminuzione della temperatura). In base a queste misure è possibile conoscere titolo e grado igrometrico dell'aria in ingresso. Per calcolare le relazioni matematiche che legano le diverse grandezze, consideriamo che, per un chilogrammo di aria secca,

$$dQ = -r \cdot dx \quad (18)$$

dove il segno meno sta a indicare che si è avuta una diminuzione dell'entalpia dell'aria, a causa dell'evaporazione di parte dell'acqua liquida presente nella garza, ma d'altra parte

$$dQ = c_p' \cdot dT = (c_{p_A} + x \cdot c_{p_V}) dT \quad (19)$$

e da queste segue

$$\frac{dx}{dT} = -\frac{c_{p_A} + x \cdot c_{p_V}}{r} = -\frac{1 + 1,9x}{2500} \quad (20)$$

dove x rappresenta il titolo dell'aria umida. Si nota che la pendenza della funzione $x(T)$ appena trovata è uguale a quella di una curva a entalpia costante, la cui pendenza approssimata è stata calcolata in (16).

Rappresentiamo quindi il funzionamento dell'igrometro di Assman sul diagramma psicrometrico, sapendo di doverci muovere su una curva di entalpia costante (approssimazione perfettamente accettabile).

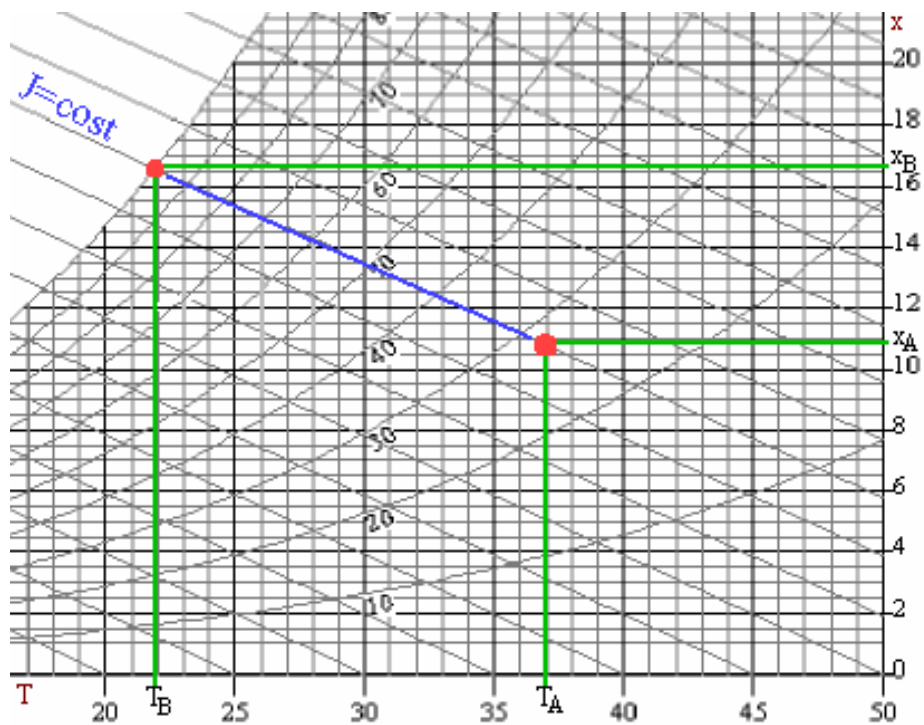


Figura 15

Il punto B è di rugiada, si trova cioè sulla linea di grado igrometrico 1. Nota la temperatura T_B (che viene anche detta *temperatura di bulbo bagnato*) quindi è noto immediatamente anche il punto B (intersezione tra la retta verticale corrispondente alla temperatura T_B e curva a grado igrometrico costantemente 1). Nota anche T_A , il punto A è data dall'intersezione tra la curva a entalpia costante passante per B e la retta verticale corrispondente alla temperatura T_A . Noto anche il punto A, basta

leggerne dal grafico il grado igrometrico e il titolo corrispondenti per conoscere i dati di umidità dell'aria in esame.