

Propagazione del suono in ambienti chiusi

Supponiamo di avere una sorgente omnidirezionale che emette fronti d'onda sferici con uguale intensità in ogni direzione e supponiamo inoltre di collocarla in una stanza di forma perfettamente parallelepipedica (in modo da semplificarci i calcoli). All'interno di questa stanza disponiamo la sorgente S e il ricevitore R come in figura:

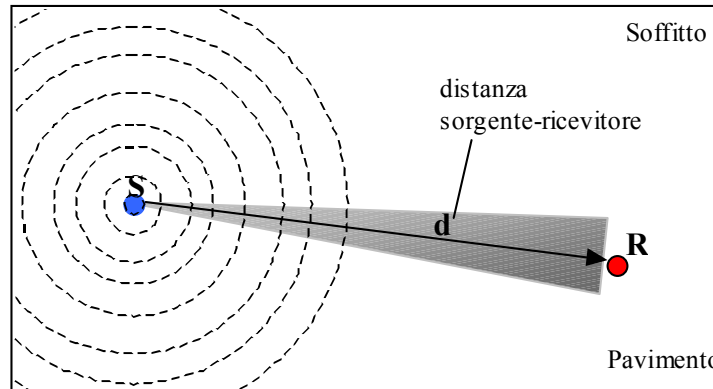


Figura 1 – Propagazione sonora in una stanza

All'istante $t=0$ la sorgente emette un impulso che si propaga con dei fronti d'onda sferici sempre più grandi. Trascorso un tempo

$$t_1 = \frac{d}{c} \quad (c=343 \text{ m/s è la velocità del suono nell'aria})$$

necessario per la propagazione, il suono arriva al ricevitore R che per un attimo rivela un livello sonoro piuttosto elevato e poi ricade rapidamente a 0 a causa della breve durata dell'impulso. Questo livello chiamato L_1 è il livello del suono diretto e rappresenta quel suono che ha viaggiato senza subire l'influenza dell'ambiente esterno, non ha, di fatto, subito fenomeni di riflessione e/o di assorbimento, in quanto ha percorso la minima distanza possibile tra sorgente e ricevitore.

Nella sua corsa il raggio sonoro interagisce anche con le pareti e ad esempio si riflette contro il pavimento. Questo suono ha percorso una distanza maggiore del suono diretto in quanto è come se provenisse da una sorgente immagine S^1 , lo stesso vale per il suono che si riflette sul soffitto che compie una distanza ancora maggiore ed è come se provenisse da una sorgente immagine S^2 (vedi figura 2).

Questi due raggi sonori riflessi dal pavimento e dal soffitto arriveranno con dei ritardi maggiori, se il suono diretto impiegava un tempo t_1 per arrivare alla sorgente, il suono riflesso sul pavimento arriverà con un ritardo

$$t_2 = \frac{d_2}{c}$$

maggiore di t_1 , perché è maggiore la distanza d_2 della sorgente immagine. Analogamente arriverà la riflessione del soffitto con un ulteriore ritardo poiché il percorso è stato maggiore.

Risulta quindi evidente che i livelli sonori sono via via più bassi a causa della legge della divergenza sferica per cui il livello sonoro cala di 6dB per ogni raddoppio di distanza, quindi maggiore è la distanza e più basso sarà il livello sonoro.

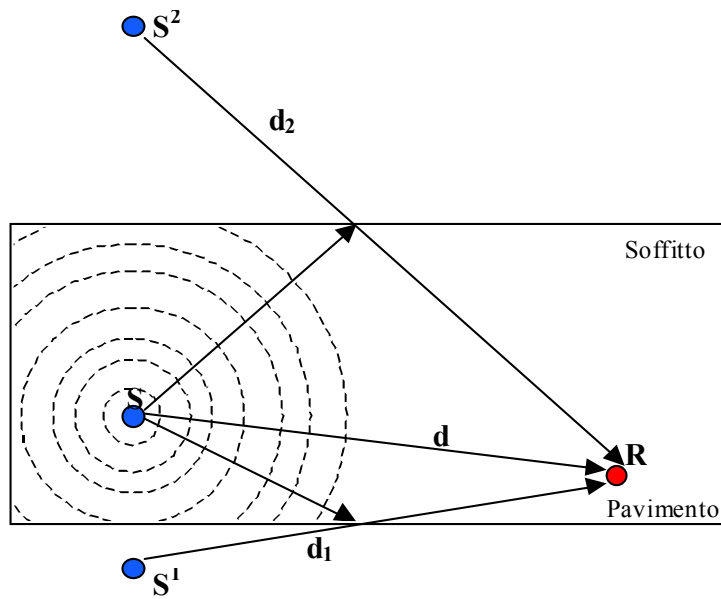


Figura 2 - Sorgenti immagine e riflessioni

Inoltre se ad esempio il pavimento ha un coefficiente di assorbimento α_1 e il soffitto ha un coefficiente α_2 , è chiaro che il suono riflesso risultante sarà dato dal suono che sarebbe stato riflesso da una superficie perfettamente speculare moltiplicato per il coefficiente $(1-\alpha_1)$ e lo stesso per il suono riflesso dal soffitto.

Se ad esempio il soffitto è costituito da un materiale molto fonoassorbente con un coefficiente di assorbimento $\alpha_2=0,8$ allora $(1-\alpha_2)=0,2$ il che significa che solo il 20% dell'energia sonora incidente sul soffitto viene riflessa ed è anche per questo motivo che i raggi riflessi arrivano al ricevitore con una forte attenuazione.

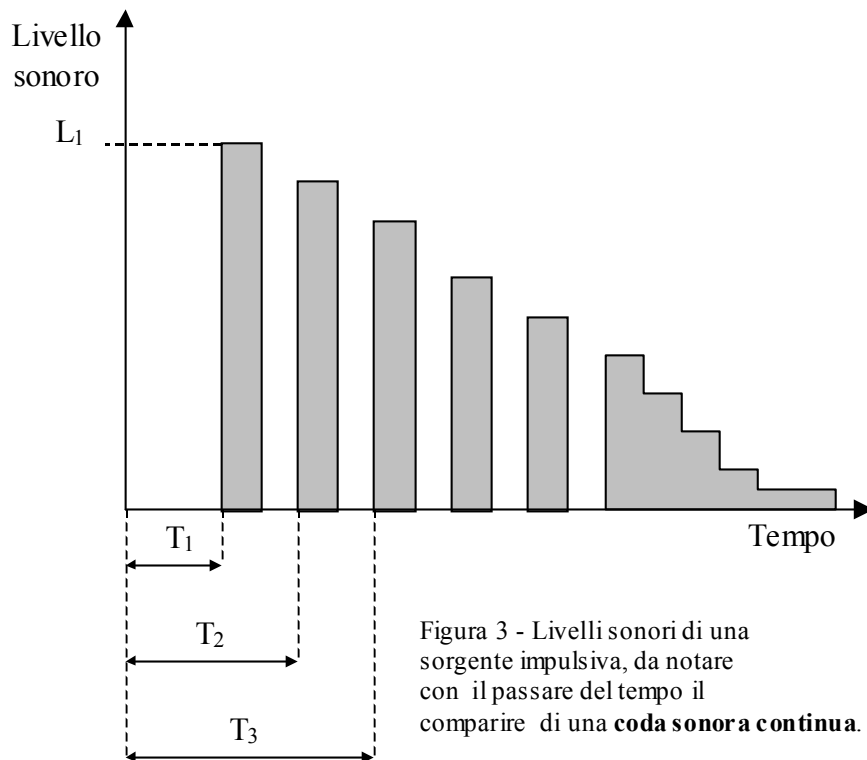


Figura 3 - Livelli sonori di una sorgente impulsiva, da notare con il passare del tempo il comparire di una coda sonora continua.

In questo semplice caso si sono presi in esame solamente i raggi riflessi dal pavimento e dal soffitto, ma nella realtà bisognerebbe prendere in esame anche tutte le altre riflessioni prodotte dalla parete posteriore, dalle pareti laterali e via dicendo. I tempi di arrivo di questi raggi tendono ad uniformarsi e l'energia da essi trasportata a calare. Nulla vieta però ai raggi di continuare a riflettersi sulle altre pareti creando raggi riflessi di ordine multiplo che si ottengono geometricamente continuando a specularizzare le sorgenti rispetto al loro piano fino a creare una vera e propria rappresentazione geometrica dei percorsi dei vari raggi sonori.

Di sorgenti immagine di ordine successivo ce ne sono una moltitudine, esse rappresentano cammini di raggi sonori dal percorso molto complicato che hanno rimbalzato un po' su tutte le pareti accumulando ritardi e perdite di energia via via crescenti. I livelli sonori continuano a decrescere finché ad un certo punto si ha una sorta di **coda sonora continua** dove non è più possibile separare un'onda riflessa da un'altra in quanto ne arrivano una moltitudine negli stessi istanti di tempo provenienti da direzioni diverse ma con lo stesso centro d'arrivo (vedi figura 3).

Dato un ambiente parallelepipedo con 6 facce il numero di sorgenti del primo ordine è 6, il numero di sorgenti del secondo ordine si ottiene specularizzando ciascuna sorgente del primo ordine rispetto alle altre 5 possibili facce su cui si può riflettere e cioè $5 \times 6 = 30$, il processo continua in questo modo ed il numero di sorgenti immagine di ordine elevato tende ad essere enorme.

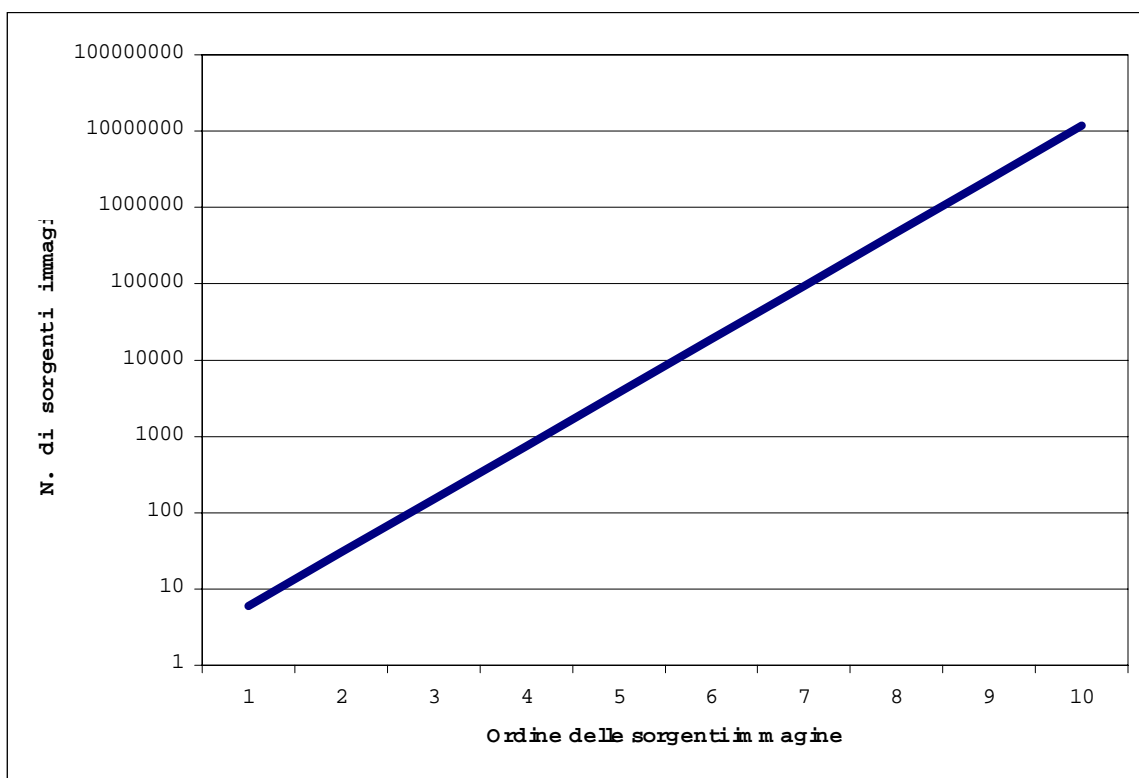


Figura 4 – Crescita esponenziale del numero delle sorgenti immagine

Il numero di sorgenti immagine esplose in maniera geometrica con l'ordine della riflessione. Quindi se di suoni riflessi una volta ne arrivano 6, di suoni riflessi due volte ne arrivano 30, di suoni riflessi 10 volte ne arrivano milioni e questi milioni arrivano con intervalli di tempo casuali creando una coda sonora statistica il cui andamento energetico è decrescente col tempo ma la cui energia decade in maniera proporzionale alla corsa del raggio ed al numero di rimbalzi (ad ogni rimbalzo perde una quota di energia pari a $1-\alpha$).

In via deterministica possiamo trovare che:

$$L_{DIR} = L_W + 10 \log \frac{Q_0}{4\pi \cdot r_0^2}$$

$$L_1 = L_W + 10 \log \left[\frac{Q_1}{4\pi \cdot r_1^2} (1 - \alpha_1) \right]$$

e così via per tutte le altre sorgenti sonore. Il livello totale si calcola nel seguente modo:

$$L_{TOT} = L_W + 10 \log \left[\frac{Q_{DIR}}{4\pi (r_{dir})^2} + \sum_{j=1}^n \left(\frac{Q_j}{4\pi \cdot r_j^2} \cdot \prod_{i=1}^m (1 - \alpha_i) \right) \right]$$

La soluzione deterministica è sconsigliata per via della complessità dei calcoli che comporta; si preferisce un approccio più dal punto di vista statistico.

Il coefficiente di assorbimento α può variare da rimbalzo a rimbalzo, ma su di un gran numero di impatti è plausibile usare il suo valore medio, $\bar{\alpha}$. Non tutti i raggi rimbalzeranno nello stesso ordine, ne risulta che la coda sonora non sarà perfettamente liscia ma presenterà delle imperfezioni locali, mediamente però l'andamento della curva sarà liscio e decrescente

Questo è il fenomeno noto come **coda sonora o riverberazione** che con una sorgente impulsiva è molto chiaro e ben individuabile. Le sorgenti impulsive però non sono in uso da molto, tradizionalmente il campo sonoro veniva studiato mediante sorgenti stazionarie che venivano bruscamente interrotte.

Per esempio se si smette bruscamente di suonare l'organo di una chiesa, si continua a sentirsi una coda che diminuisce sempre più di intensità. Questa situazione non corrisponde esattamente a quella precedentemente analizzata, in quanto la situazione dell'organo rappresenta una risposta in regime stazionario interrotto, che è diversa dal regime di transiente analizzato all'inizio.

Ci si può però ricondurre matematicamente alla situazione iniziale prendendo in esame la situazione di accensione di una sorgente stazionaria e non il suo spegnimento improvviso. Costruiremo quindi un diagramma con i valori dei livelli sonori che si sviluppano per l'effetto di una sorgente non più impulsiva ma stazionaria che viene accesa al tempo 0.

Trascorso il tempo t_1 arriva un fronte d'onda e questo assume il valore L_1 che assumeva anche con la sorgente impulsiva ammesso che la potenza delle due sorgenti sia la stessa. Siccome la sorgente non cessa dopo 1 ms come succedeva con la sorgente impulsiva ma continua ad erogare energia il livello rimane costante una volta che è arrivato il suono diretto e rimane costante fino al tempo t_2 al quale arriva anche il suono prodotto dalla prima riflessione che va a sommarsi al suono dell'onda diretta.

Fatta l'ipotesi che la sorgente sia rumore incoerente, i due segnali si sommano energeticamente senza fenomeni di interferenza e quindi il livello sonoro che si raggiunge è la somma di L_1 e di L_2 , dove L_1 è il livello sonoro dell'onda diretta e L_2 è il suono della prima onda riflessa.

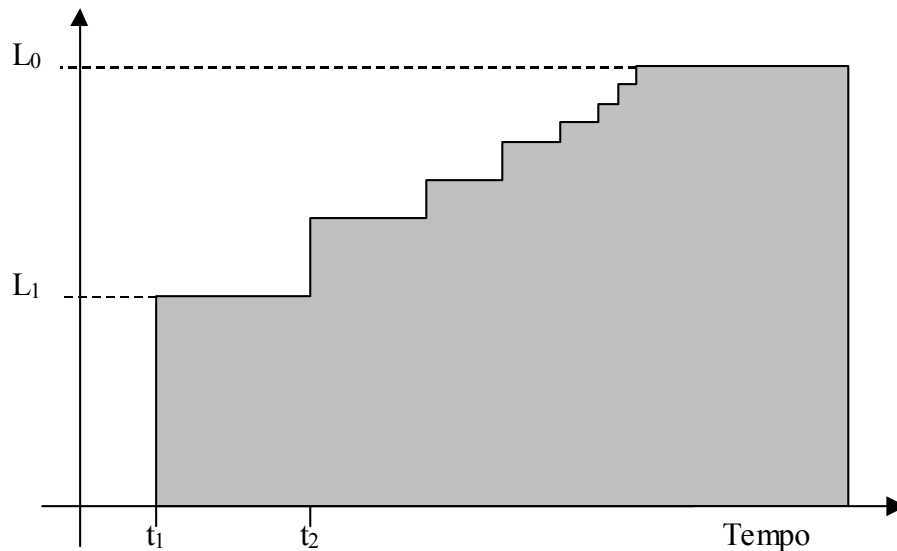


Figura 5 – Livelli sonori di una sorgente stazionaria

A questo punto il livello sonoro rimane costante fino a quando non arriva la terza onda riflessa che fa ulteriormente salire di un gradino il livello sonoro, anche se col passare del tempo e con l'arrivo di nuovi suoni i gradini diventano sempre meno alti in quanto è esperienza nota che se sommo ad un suono elevato dei suoni sempre più deboli il contributo sonoro finale tende a diventare trascurabile. Quindi con una serie di piccoli gradini corrispondenti ai singoli arrivi di energia delle singole riflessioni si giunge asintoticamente ad un livello costante L_0 che rappresenta la condizione di equilibrio energetica dell'ambiente.

Volendo paragonare questa situazione con l'idraulica si potrebbe pensare ad un rubinetto che scarica acqua in un recipiente. A regime il livello che si stabilisce dentro al recipiente è tale per cui la portata di acqua che entra nel secchio è uguale alla portata di acqua che esce dal foro.

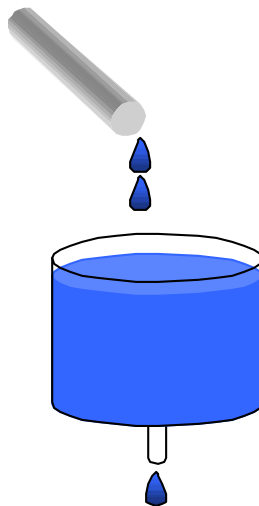


Figura 6 – Situazione di regime in idraulica

L'energia sonora in un ambiente si comporta allo stesso modo, si stabilizza ad un livello costante che corrisponde al bilancio tra la potenza che continuamente la sorgente emette e quella che continuamente le riflessioni sulle pareti stanno togliendo all'ambiente.

E' possibile ricavare matematicamente la situazione di regime ragionando su base energetica. La grandezza che mi permette di valutare un bilancio tra l'energia immessa e quella assorbita è la **densità di energia sonora** e la soluzione a cui si giunge è data dalla seguente equazione:

$$D_{regime} = \frac{4W}{\bar{\alpha} \cdot S \cdot C} \quad (1)$$

Attraverso questa relazione diventa facile il calcolo del livello sonoro dentro l'ambiente che teoricamente è uguale dappertutto e passando da questa relazione alla corrispondente che ci fornisce il livello di intensità, troviamo la **formula del campo riverberante**, che ci fornisce il livello sonoro prodotto da una sorgente di rumore stazionario in un campo perfettamente diffuso e riverberante.

$$L_D = L_W + 10 \cdot \lg \frac{4}{\bar{\alpha} \cdot S} \quad (2)$$

Questo particolare caso teorico si discosta molto dai casi reali in quanto sono molto rare le sorgenti di rumore stazionario ed anche perché è esperienza comune che il livello sonoro non sia sempre lo stesso in tutta la stanza ma varia a seconda della distanza dalla sorgente di emissione, il concetto è che comunque esiste un suono diretto che cala di 6dB ogni raddoppio della distanza e che sono le componenti riflesse ad essere mediamente sempre le stesse in ogni punto.

Da quanto appena puntualizzato si può comprendere come in generale la formula del campo riverberante sia falsa.

Ne esiste però una versione modificata che considera la sovrapposizione energetica del livello dell'onda sferica del campo libero con il livello del campo diffuso riverberante, svolgendo i calcoli si ottiene un livello d'intensità totale dato dalla **formula del campo semiriverberante**:

$$L_{D, TOT} = L_W + 10 \cdot \lg \left[\frac{4}{\bar{\alpha} \cdot S} + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \right] \quad (3)$$

Questa relazione è da tutti comunemente impiegata per valutare il campo sonoro dentro agli ambienti chiusi.

La figura 7 mostra l'andamento del livello sonoro dentro ad una stanza al variare della distanza dalla sorgente nel caso del livello sonoro della formula semiriverberante. Si tratta di un grafico in scala doppio logaritmica poiché sia la distanza dalla sorgente che il livello sonoro sono grandezze logaritmiche.

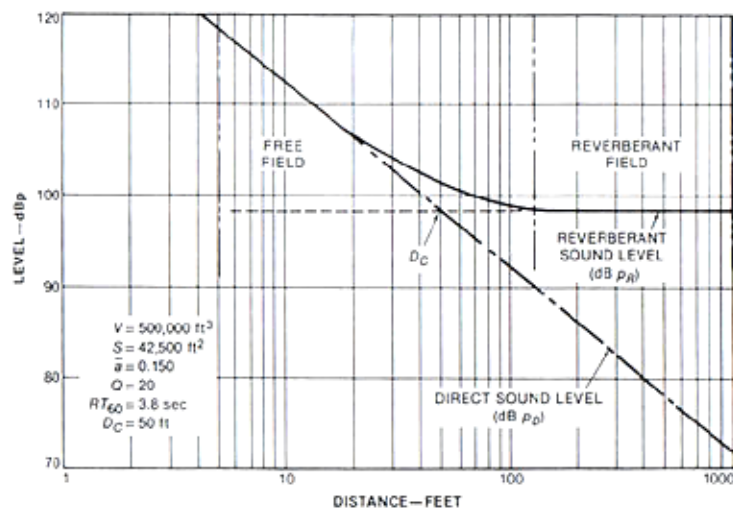


Figura 7 – Andamento del livello del suono diretto e del campo riverberante

Notiamo che la relazione teorica del campo libero corrispondente a 6dB ogni raddoppio della distanza proseguirebbe a decadere inalterata, viceversa in campo riverberante si ha questa sorta di livellamento ad un valore costante che dipende dalla superficie complessiva dell'ambiente e dal suo coefficiente di assorbimento medio, la relazione che li viene riportata è:

$$L_D = l_w + 10 \cdot \lg \left[\frac{4}{\bar{\alpha} \cdot S} + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \right] \quad (3)$$

Questa relazione viene scritta in maniera leggermente diversa da chi si occupa di altoparlanti in quanto l'altoparlante non è in generale una sorgente omnidirezionale cioè che emette un'intensità uguale in tutte le direzioni. Gli altoparlanti sono di solito sorgenti direttive e si definisce la direttività Q nella direzione che stò considerando θ come il rapporto tra l'intensità emessa in una certa direzione e l'intensità media emessa in tutte le direzioni. Esiste quindi un coefficiente numerico Q_0 che indica quanto l'altoparlante guadagna rispetto alla sua emissione media in una particolare direzione e normalmente un altoparlante è dotato di una direttività che privilegia l'emanazione in direzione frontale.

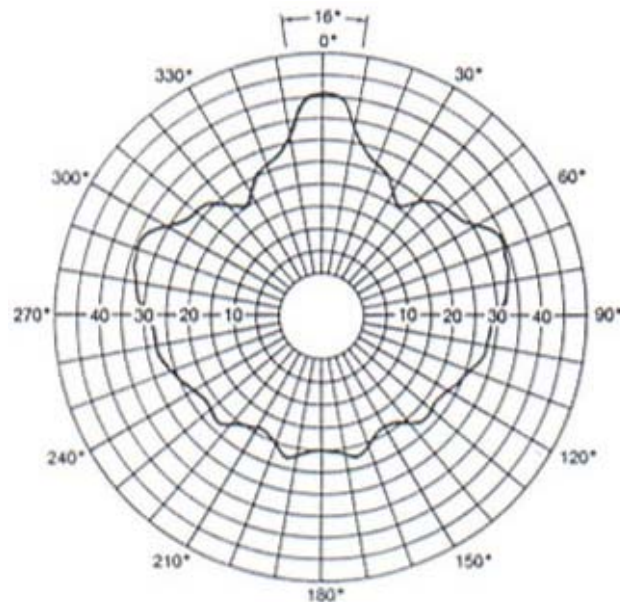


Figura 8 – Curve di direttività di un altoparlante reale

Il fattore di direttività Q può variare da poche unità a valori estremamente elevati. Quindi in presenza di una sorgente non omnidirezionale in campo diffuso mantiene la stessa rappresentazione

$$\frac{4}{\bar{\alpha} \cdot S}$$

La modifica da apportare alla formula del campo riverberante per tenere conto della direttività, è data semplicemente dalla sostituzione del fattore 1 che rappresentava l'emissione del campo diretto con il fattore Q che rappresenta ora la direttività. Ovviamente Q può essere maggiore o minore di 1. E' maggiore di 1 se ci troviamo nel lobo di emissione dell'altoparlante, ma se ne siamo dietro o fuori sarà minore 1.

Da notare che la potenza dell'altoparlante è costante quindi se ci sono zone in cui la potenza è maggiore di 1 ci devono essere zone, la maggior parte, in cui il coefficiente sarà minore di 1. A questo punto occorre definire una grandezza fisica importante che è la **distanza critica** che è quella distanza dalla sorgente alla quale il campo sonoro diretto e il campo sonoro riverberante assumono lo stesso valore.

Analiticamente vale:

$$D_c = \sqrt{\frac{q \cdot S \cdot \bar{\alpha}}{16\pi}} \quad (4)$$

si scopre che la distanza critica dipende dal grado di assorbimento dell'ambiente, dalla sua superficie complessiva e dalla direttività e direzione dell'altoparlante.

Campo acustico riverberante e semiriverberante

Se il numero delle riflessioni prodotte dalle pareti laterali é tanto elevato da formare un campo acustico uniforme in tutto l'ambiente (anche in prossimità della sorgente), si dice che il campo é *riverberante*. In questa situazione si può dimostrare [4] che la densità di energia sonora w vale:

$$w = 4 W / \alpha S c_0 \quad (\text{J/m}^3) \quad (35)$$

dove W é la potenza sonora della sorgente o delle sorgenti, c_0 la velocità del suono, S ed α la superficie totale ed il valore medio del coefficiente di assorbimento acustico delle pareti che delimitano l'ambiente, definito dalla relazione seguente:

$$\alpha = \sum S_i \alpha_i / \sum S_i = \sum S_i \alpha_i / S \quad (36)$$

dove S_i rappresenta la singola superficie avente coefficiente di assorbimento acustico α_i . Il prodotto αS prende il nome di *area equivalente di assorbimento acustico* e si indica con A (m^2).

Il campo acustico riverberante può essere prodotto in ambienti particolari, appositamente costruiti in laboratori di misura, chiamati *camere riverberanti*. E' in queste camere che si misura, per esempio, il valore del coefficiente di assorbimento acustico dei diversi materiali [7], oppure la potenza sonora delle sorgenti [8].

In generale, in ambienti di normali dimensioni, si può ipotizzare che il campo acustico sia *semiriverberante*. In tal caso si può pensare che esistano contemporaneamente zone di campo libero - in prossimità della sorgente, dove prevale il contributo dell'energia diretta - e zone di campo riverberante - in prossimità delle pareti, dove prevale il campo riflesso-.

In presenza di campo acustico semiriverberante, la densità di energia sonora in un punto dell'ambiente é pertanto data dalla somma del campo acustico diretto e di quello riflesso: il primo, (w_d), può essere dedotto dalla relazione (16), il secondo, (w_r), dalla relazione (35), avendo però osservato che la potenza che contribuisce al campo riflesso é quella che ha subito una prima riflessione sulle pareti, $W(1-\alpha)$; si ottiene pertanto:

$$w = w_d + w_r = W Q / c_0 4 \pi r^2 + 4 W (1-\alpha) / \alpha S c_0 \quad (37)$$

Il termine:

$$\alpha S / (1-\alpha) = R \quad (\text{m}^2) \quad (38)$$

viene detto *costante dell'ambiente*.

Le relazioni (35) e (37) sono particolarmente importanti perché consentono, nei due casi, di prevedere il valore del livello sonoro (L_p) prodotto da sorgenti caratterizzate da prefissati valori di potenza sonora (L_w). Passando infatti alla scala dei decibel si ottiene:

$$L_w = L_p = L_w + 10 \log (4 / \alpha S) = L_w + 10 \log (4 / A) \quad (\text{dB}) \quad (39)$$

valida per campo riverberante e:

$$L_w = L_p = L_w + 10 \log (Q / 4\pi r^2 + 4/R) \quad (\text{dB}) \quad (40)$$

valida per campo semiriverberante.

La figura 13 rappresenta l'andamento della relazione (40). In particolare si può osservare che la retta $R = \infty$ rappresenta il caso limite di campo libero (6 dB per raddoppio della distanza r), mentre la linea tratteggiata ed ombreggiata, delimita una zona alla destra della quale il campo acustico è praticamente riverberante.

Nel caso in cui si desideri ridurre il livello sonoro nell'ambiente attraverso un trattamento acustico delle pareti, risulta particolarmente utile verificare sul diagramma l'attenuazione che sarà possibile ottenere. Se, per esempio, ci troviamo vicino alla sorgente, l'attenuazione sarà molto piccola anche aumentando notevolmente il valore di R ; al contrario, lontano dalla sorgente, dove il campo acustico è prevalentemente riverberante (a destra della retta tratteggiata) la riduzione di livello sonoro potrà essere significativa.

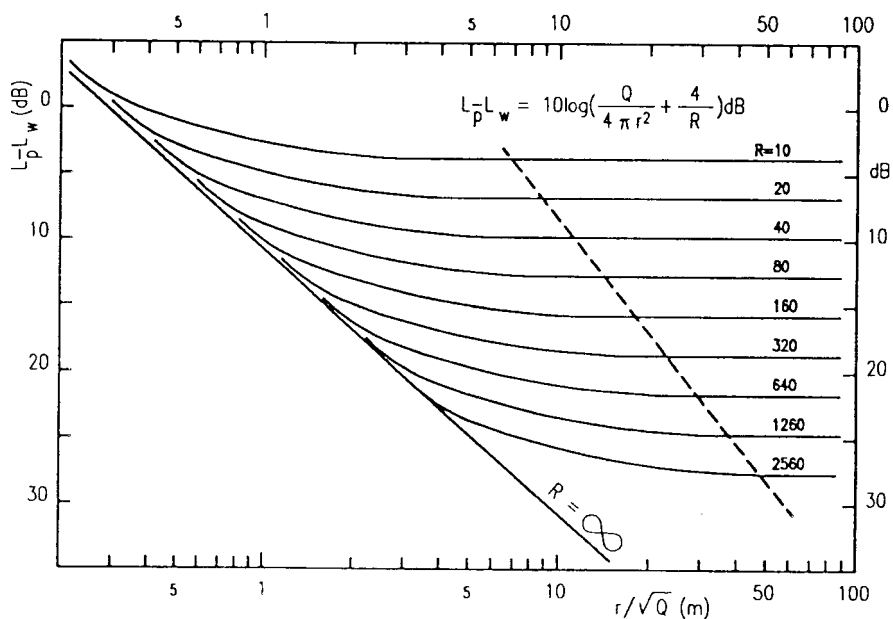


Fig.13 Rappresentazione grafica della relazione (40) valida per campo acustico semiriverberante.

Tempo di riverberazione

Se all'interno di un ambiente si interrompe improvvisamente l'emissione di energia sonora di una sorgente, il livello di pressione sonora in un generico punto non si annulla immediatamente; a causa delle riflessioni multiple sulle pareti che proseguono il loro percorso con la velocità del suono anche dopo lo spegnimento della sorgente, il livello sonoro decresce più o meno

rapidamente a seconda delle dimensioni dell'ambiente e delle caratteristiche fonoassorbenti delle pareti e degli oggetti in esso contenuti (fig.14).

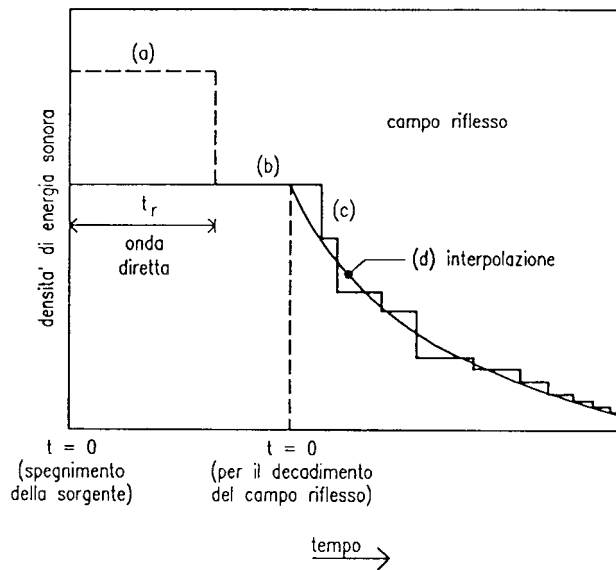


Fig.14 Rappresentazione del fenomeno della riverberazione in un ambiente chiuso nella fase che segue lo spegnimento di una sorgente sonora.

Si definisce *tempo di riverberazione* TR (s) di un ambiente, il tempo necessario affinché la densità di energia sonora diminuisca di un milionesimo rispetto al valore che aveva prima dello spegnimento della sorgente. Ricordando la definizione della scala dei decibel si può anche dire che il tempo di riverberazione rappresenta il tempo necessario affinché il livello sonoro diminuisca di 60 dB rispetto al valore che aveva prima dello spegnimento della sorgente.

Se l'ambiente è perfettamente riverberante allora il valore del tempo di riverberazione è lo stesso in tutti i punti e vale [4]:

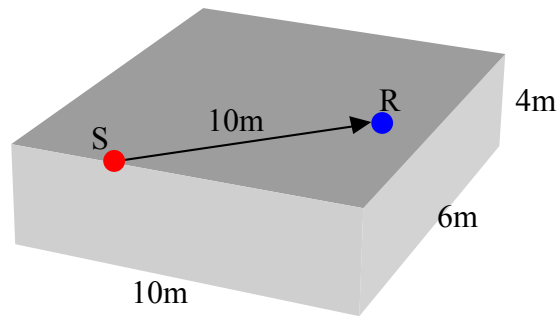
$$TR = 0.16 \frac{V}{\alpha S} \quad (s) \quad (41)$$

dove V è il volume dell'ambiente. Tale relazione è nota come “formula di Sabine”.

La relazione (41), attraverso la misura del tempo di riverberazione, consente di determinare il valore dell'area equivalente di assorbimento acustico $A = \alpha S$ (36) o della costante dell'ambiente R (38).

E' ancora la relazione (41) che permette di conoscere il valore di α dei materiali attraverso la misura del tempo di riverberazione in camera riverberante secondo la norma ISO 354.

ESERCIZIO n.1



Dati problema:

Coefficienti di assorbimento:

pavimento $\alpha_1 = 0,05$

pareti $\alpha_2 = 0,1$

soffitto $\alpha_3 = 0,6$

Distanza della sorgente S dal ricevitore R = 10m

Potenza sonora della sorgente $L_W = 100\text{dB}$

Calcolare:

L_{DIR} (livello del suono diretto)

L_{RIV} (livello del suono riverberante)

L_{TOT} (livello del suono complessivo)

R/D (livello suono riverberante fratto livello suono diretto, indica quale dei due livelli sonori sta predominando)

T_{60} (tempo di riverbero)

Svolgimento:

Livello suono diretto: $L_W - 11 - 20 \cdot \lg(d) = 100 - 11 - 20 \cdot \lg 10 = 69\text{dB}$

Livello suono riverberante: $LW + 10 \cdot \lg \frac{4}{\bar{\alpha} \cdot S} = 100 + 10 \cdot \lg \frac{4}{51,8} = 88,9\text{dB}$

dove $\bar{\alpha} \cdot S = \alpha_1 \cdot S_1 + \alpha_2 \cdot S_2 + \alpha_3 \cdot S_3 = 0,05 \cdot 60 + 0,1 \cdot 128 + 0,6 \cdot 60 = 51,8 \text{ m}^2$
 (60=superficie del pavimento=sup. del soffitto, 128=sup. delle pareti laterali)

Distanza critica: $D_{CR} = \sqrt{\frac{Q \cdot \bar{\alpha} \cdot S}{16 \cdot \pi}} \Rightarrow (Q = 1) \Rightarrow \sqrt{\frac{51,8}{16 \cdot 3,14}} = 1,0\text{m}$

Livello totale: $L_{TOT} = 10 \cdot \lg(10^{6,9} + 10^{8,89}) = 88,9\text{dB}$

R/D = $88,9 - 69 = 19,9 \text{ dB}$

$T_{60} = 0,16 \frac{V}{\bar{\alpha} \cdot S} = 0,16 \frac{240}{51,8} = 0,74\text{s}$ (0,16 è un valore empirico, la formula non è dimensionalmente esatta).

Da questi calcoli si può notare come un ascoltatore posto a 10m dalla sorgente in un ambiente che non è dotato di un riverbero molto alto riceve un campo sonoro in massima parte riverberante e in minima parte diretto e quindi di fatto sente male.

